

演習問題 4.6 解答例

(1)

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = I$$

ストークスの定理より

$$\begin{aligned} \int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} dS &= I \\ &= \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS \\ \int_S (\nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{j}) \cdot \mathbf{n} dS &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{j} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j}. \end{aligned}$$

(2)

φ が変化すると E が生じる.

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ストークスの定理より

$$\begin{aligned} \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dS &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \\ \int_S (\nabla \times \mathbf{E} + \frac{d}{dt} \mathbf{B}) \cdot \mathbf{n} dS &= 0. \end{aligned}$$

積分領域 S を空間に固定すれば $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}$ となるので,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}. \end{aligned}$$