惑星大気大循環モデル DCPAM を用いた, 子午面循環の自転角速度依存性に関する考察

岡田 和真

神戸大学 理学部 惑星学科
流体地球物理学教育研究分野

2021/02/12

要旨

惑星規模の力学では, 自転角速度, つまりコリオリパラメータは, 波の発生にベータ効果として関連する. 本論文では, 子午面循環が自転角速度によりどのように影響を受けるのかに着目する. 主に, 東西平均場への波の寄与の違いを調べることによって解釈する. まず初めに, 地球流体電脳倶楽部が開発した, 惑星大気大循環モデル DCPAM を用いた数値実験を様々な自転角速度の設定で行い得られたデータから, モデルスピンアップフェーズについての解説を行う. 次に, 統計的平衡状態を仮定した期間における, 東西風と子午面循環を示す. そして, 東西平均東西流の式を用い, 子午面循環の診断を行う. その結果, 地球の自転の速さに近い実験では, 波の寄与が, 自転が遅い実験のものより大きく, 波の寄与も含める質量輸送を表す残差循環は, オイラー平均循環と形が異なることが確かめられた.

目次

第1章　はじめに

惑星の自転角速度は, 大気力学を考えるうえで重要なパラメータである. 特に地球大気においては重要である. なぜなら, 南北流に関する運動方程式では, コリオリパラメータ $f = 2\Omega\sin\vartheta$ と速度成分との積で表されるコリオリ力は, 近似的に南北方向の圧力傾度力とつりあっているとみなすことができ, 大規模な地球流体力学現象の解析において, このつり合い (地衡流平衡) から得られる, 温度風平衡の式は, 運動量方程式と熱力学の式を繋ぐ際に大いに役立つからである.

しかし, 実際の大気においては, 地衡流平衡のような, 近似的に, 時間に依存せず成り立つとみなせる流体運動以外に, 時間に依存する現象が存在する. 例えば, 成層圏準二年周期振動は, 地球大気において約二年周期で成層圏の東西流の向きが変わる現象である. そして, この現象の発生には, 基本場や平均場からのずれに由来する, 時間とともに変化する波が関連しており, 波が東西流の加速, 減速を担っている. この現象のように, 大気力学において, より複雑で, 厳密な解を得るためには, 波が系に及ぼす影響を考慮に入れなけらばならないことが多い. そして, 惑星規模の力学における不安定は, ベータ効果 (コリオリパラメータの緯度微分) により, その発生は大きく影響を受ける. つまり, 不安定の発生にも自転角速度は重要なパラメータである.

現実の惑星大気において, 解明されていない現象の一つとしてスーパーローテーションがある. この現象は, 惑星の自転の速さより速い東西風が全球的に吹いている大気状態で定義される. 金星大気における, この現象の発生要因として, 子午面循環と波による, 角運動量輸送が考えられている. このように, 地球以外の惑星大気においても, 子午面循環と波は大規模な大気力学を考えるうえで必要な要素であることが多い. したがって, 本研究では, 様々な自転角速度の実験における子午面循環の構造に波の寄与の観点から考察する.

第2章　大気大循環モデルの概要

本研究では, 惑星規模の大気力学を考えるので, 大気大循環モデルを用い, 数値実験を行った. 本研究で用いた, 大気大循環モデルは, 地球流体電脳倶楽部が開発した, 惑星大気大循環モデル DCPAM である. DCPAM は, 惑星大気を想定した数値実験を行うためのモデルである. その力学コアは, 流体が満たす運動方程式, ナビエストークス方程式から得られるプリミティブ方程式系であり, この方程式系を時間方向に積分し, 惑星全球の温度, 風速, 密度分布を数値解として得る. 以下では, DCPAM の具体的な構成を述べる. また, DCPAM の詳細に関しては地球流体電脳倶楽部のライブラリ[*1]を参照されたい.

2.1　座標系の取り方

座標系は, 水平方向には経度 λ, 緯度 ϑ を, 鉛直方向には σ ($\sigma \equiv p/p_s$) をとる. 緯度は, ガウス緯度を採用しており, 極方向へ近づくにつれ格子点間隔は狭くなる. ここで, $p(\lambda, \vartheta, z)$ は気圧であり, $p_s(\lambda, \vartheta)$ は地表面気圧である.

2.2　力学過程の支配方程式系

力学過程は, モデル格子で表現される流体運動のことであり, ここでは支配方程式系を示す. 支配方程式系を表す前に, 本論文で用いる文字の定義を行う. 風速は $\boldsymbol{u} = (u, v)$ が水平速度ベクトルであり, σ 座標における鉛直速度は $\dot{\sigma}$ である. また, T を温度, ρ を密度としている. その他の文字として, コリオリパラメータ f を $f = 2\Omega \sin\vartheta$, 惑星半径を a, 惑星自転角速度を Ω, 重力加速度を g としている. 大気は乾燥空気の理想気体と仮定し, 気体定数を R, 定圧比熱を c_p としている. また, 水平方向の外力を $\boldsymbol{F} = (F_\lambda, F_\vartheta)$, 外部からの加熱の項と粘性による加熱の項の

[*1]URL：　https://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/

和を Q^* としている.

これらの文字を用いると, σ 座標における力学過程の支配方程式系は以下のように表される

$$\text{連続の式}: \quad \frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{a\cos\vartheta}\left(\frac{\partial u}{\partial \lambda}\right)_\sigma + \frac{1}{a\cos\vartheta}\left(\frac{\partial}{\partial\vartheta}(v\cos\vartheta)\right)_\sigma + \frac{\partial\dot{\sigma}}{\partial\sigma} = 0 \tag{2.1}$$

$$\text{運動方程式}: \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} - fv - \frac{uv\tan\vartheta}{a} = -\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} - \frac{RT}{a\cos\vartheta}\frac{\partial\pi}{\partial\lambda} + F_\lambda \tag{2.2}$$

$$: \quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + fu + \frac{u^2\tan\vartheta}{a} = -\frac{1}{a}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} - \frac{RT}{a}\frac{\partial\pi}{\partial\vartheta} + F_\vartheta \tag{2.3}$$

$$\text{静力学平衡の式}: \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = -\frac{RT}{\sigma} \qquad (\Phi = gz : \text{重力ポテンシャル}) \tag{2.4}$$

$$\text{熱力学の式}: \quad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{RT}{c_p}\left\{\frac{\partial\pi}{\partial t} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla_\sigma\pi + \frac{\dot{\sigma}}{\sigma}\right\} + \frac{Q^*}{c_p}. \tag{2.5}$$

ここで $\pi \equiv \ln p_s$ としており,

$$\nabla_\sigma = \left(\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) \tag{2.6}$$

かつ

$$\dot{\sigma} = \frac{g\sigma}{RT}\left\{\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_\sigma + \frac{u}{a\cos\vartheta}\left(\frac{\partial z}{\partial\lambda}\right)_\sigma + \frac{v}{a}\left(\frac{\partial z}{\partial\vartheta}\right)_\sigma - w\right\} \tag{2.7}$$

である. $(\cdot)_\sigma$ は σ 座標における微分を意味する. 式中における物質微分 $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ は, ある物理量 A に対して

$$\left(\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\right)_\sigma = \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_\sigma + \frac{u}{a\cos\vartheta}\left(\frac{\partial A}{\partial\lambda}\right)_\sigma + \frac{v}{a}\left(\frac{\partial A}{\partial\vartheta}\right)_\sigma + \dot{\sigma}\frac{\partial A}{\partial\sigma} \tag{2.8}$$

と表される.

第3章　実験設定

ここでは, 実験設定と解析手法について述べる. まず初めに, 物理過程について述べる. 物理過程はモデル格子より小さなスケールの運動や流体運動以外の効果を表すものである. その後, 実験で用いた惑星定数の値を示す.

3.1　物理過程

物理過程には, Held and Suarez (1994) が提案したものを用いる. 具体的には以下の通りである.

(i) 放射平衡温度分布に近づけるニュートン冷却.
放射平衡温度は, 大気の運動がなく, 太陽から入射するエネルギーと大気が射出するエネルギーが釣り合うと仮定したときの大気が持つ温度である. そして, 地球に入射するエネルギーは, 太陽定数 S に地球の断面積 πa^2 を掛けた値となるが, 赤道は極より入射する断面積が大きいため入射するエネルギーが大きい. そのため入射するエネルギー (単位面積あたりではない) は, 緯度の関数である. そして, 放射平衡温度分布 T_{eq} は, 緯度, 高度のみの関数となり

$$T_{\mathrm{eq}} = \max\left\{200\,\mathrm{K}, \left[315\,\mathrm{K} - (\Delta T)_y \sin^2\vartheta - (\Delta\theta)_z \log\left(\frac{p}{p_0}\right)\cos^2\vartheta\right]\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa}\right\} \tag{3.1}$$

で表される. ここで, $(\Delta T)_y = 60\,\mathrm{K}$, $(\Delta\theta)_z = 10\,\mathrm{K}$, $p_0 = 1000\,\mathrm{mb}$, $\kappa = R/c_p = 2/7$ である. また $\max(A, B)$ は, A または B のうち, 大きい方の数字をとることを意味する. 一方で, ニュートン冷却は, 物体同士の温度差により温かい物体から冷たい物体へと熱が流れることを意味しており, この強制は熱力学方程式中に

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \cdots - k_T(\vartheta, \sigma)[T - T_{\mathrm{eq}}] \tag{3.2}$$

として与えられる. ここで

$$k_T = k_a + (k_s - k_a)\max\left(0, \frac{\sigma - \sigma_b}{1 - \sigma_b}\right)\cos^4\vartheta \tag{3.3}$$

$$k_a = \frac{1}{40}\,\mathrm{day}^{-1}, \quad k_s = \frac{1}{4}\,\mathrm{day}^{-1} \tag{3.4}$$

$$\sigma_b = 0.7 \tag{3.5}$$

である.

(ii) 下層のレイリー摩擦
下層のレイリー摩擦は, 地表面摩擦を表現するために取り入れられている. この摩擦は $\sigma > 0.7$ の層に適用され, 三次元速度ベクトルを $\boldsymbol{v}$ とすると

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = \cdots - k_v \boldsymbol{v} \tag{3.6}$$

$$k_v = k_f \max\left(0, \frac{\sigma - \sigma_b}{1 - \sigma_b}\right) \tag{3.7}$$

$$k_f = 1\,\mathrm{day}^{-1} \tag{3.8}$$

で表される.

3.2 モデルに関する設定

以下に, 本実験で用いたモデル格子などに関する設定をまとめた表を示す. e-folding time は, 水平渦粘性拡散に関する量であり, 最も小さい波, つまり最大波数の波に対して, 風速の大きさがこの時間毎ごとに 1/e になることを意味する. ここで, e は自然対数の底である. 積分間隔は, モデル内において積分する時間の間隔である. また, 積分時間はモデル内での合計積分時間である. 数値実験によって得られた風速などのデータは NetCDF ファイルに, モデル内時間での 1 日おきに出力されている. NetCDF ファイルは, ある物理量がもつ軸の情報やその物理量自身が持つ単位などの情報が記述されている形式のファイルである.

表 3.1: 実験設定

	値		値
最大全波数	42	e-folding time	0.25 day
経度格子点数	128	積分間隔	30 min
緯度格子点数	64	積分時間	1500 day
鉛直層数	50	出力間隔	1 day

3.3 惑星定数

実験に用いた, 自転角速度以外の惑星定数を表 3.2 に示す. 本研究では, 自転角速度の違いが子午面循環にどのように違いをもたらすのかを考察するために, 自転角速度のみを変更し実験を行った. 自転角速度 Ω は, 地球の自転角速度 $\Omega_{\mathrm{E}} = 7.29\times10^{-5}$ /s に対して, Ω_{E}, $\Omega_{\mathrm{E}}/4$, $\Omega_{\mathrm{E}}/16$, $\Omega_{\mathrm{E}}/32$, $\Omega_{\mathrm{E}}/64$, $\Omega_{\mathrm{E}}/128$ の値を用いる.

表 3.2: 惑星定数

	値		値
惑星半径 [a]	$6371\,\mathrm{km}$	定圧比熱 [c_p]	$1004\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
重力加速度 [g]	$9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$	平均分子量	$28.98\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$

3.4 解析手法

本実験では, DCPAM による数値実験で得られた NetCDF データに対して GPhys を用いて様々な物理量の解析を行った. GPhys は, 地球流体電脳倶楽部が開発した, 多次元配列を含む NetCDF データを解析するためのライブラリである. NetCDF ファイルには, そのファイルに書き込まれているデータに関する説明も記述することができるため, FORTRAN で用いられる, データを読み込むための read 文などが使えない. しかし, GPhys を地球流体電脳倶楽部ライブラリ DCL から呼び出すことで, NetCDF ファイルに書き込まれているデータを読み込むことができ, 様々なクラスをもつ GPhys オブジェクトに格納することができる. この GPhys オブジェクトに対して, 演算を簡単に行うためのメソッドが用意されており, 平均などの基本的な操作を行うことができる,

本実験においても, 得られた NetCDF データに対して, 例えば平均をする場合,

GPhys オブジェクトに対して mean メソッドを用い演算を行った. しかし, 本実験において, 緯度座標にはガウス緯度が用いられているため, $\cos\vartheta$ の重みを掛けてから緯度方向に平均を行った. そして, 全球平均は, 経度方向, 鉛直方向には mean メソッドを用い, 緯度方向には $\cos\vartheta$ の重みを掛け mean メソッドを用い演算している.

次に, NetCDF データの解析でおいての, 微分と積分の求め方について解説する.

微分

本実験において, DCPAM の数値計算で得られた数値解に対して, 微分の解析は以下のように行う.
格子点において値をもつ物理量 $A = A(x_1, x_2, \ldots, x_{\max})$ の微分として, 中心差分法を用いている. ある格子点 x_n における, x 方向の中心差分はその点の両隣の値の傾きで求められ

$$\frac{\partial A(x_n)}{\partial x} = \frac{A(x_{n+1}) - A(x_{n-1})}{x_{n+1} - x_{n-1}} \tag{3.9}$$

として計算する. また, 格子点の端, つまり両隣のどちらか一方の格子点の値が存在しない場合における微分は, その格子点を含めた二つの格子点における傾きを微分量としており

$$\frac{\partial A(x_0)}{\partial x} = \frac{A(x_1) - A(x_0)}{x_1 - x_0} \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial A(x_{\max})}{\partial x} = \frac{A(x_{x_{\max}}) - A(x_{\max-1})}{x_{\max} - x_{\max-1}} \tag{3.11}$$

として計算する.

積分

積分に関しては, 台形公式を用いている. A の x 方向の積分を S とすると

$$S(x_0) = 0 \tag{3.12}$$

$$S(x_n) = S(x_{n-1}) + \frac{1}{2}\left\{A(x_n) + A(x_{n-1})\right\}(x_n - x_{n-1}) \tag{3.13}$$

として計算する.

第4章　全球平均東西風の時間発展

ここからは, 実験結果についての考察を行う. まず初めに, 図 4.1 に全球平均した東西風速を時間を横軸として示す. 自転角速度が $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ より小さい自転角速度の実験ほど, 全球平均した東西風速度は小さくなっている. また, 全ての自転角速度の実験において, モデル内での 0 日から 100 日程度において東西風が, その他の時間に比べて急激に増加している.

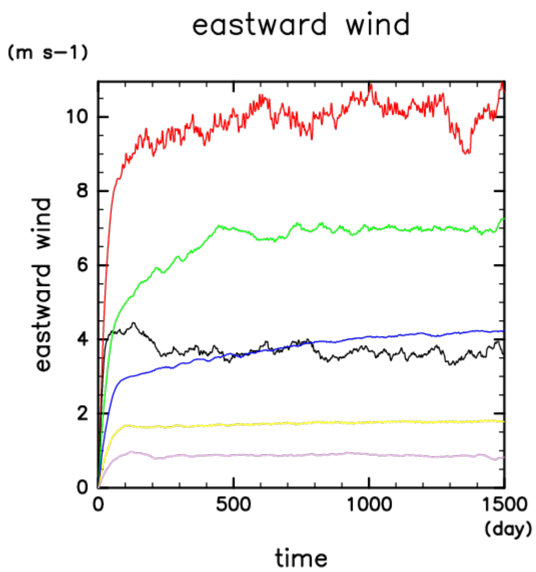


図 4.1: 様々な自転角速度の実験で得られた, 全球平均した東西風速度の時間変化. それぞれの実線は, 黒が Ω_{E}, 赤が $\Omega_{\mathrm{E}}/4$, 緑が $\Omega_{\mathrm{E}}/16$, 青が $\Omega_{\mathrm{E}}/32$, 黄色が $\Omega_{\mathrm{E}}/64$, ピンク色が $\Omega_{\mathrm{E}}/128$ に対応している.

4.1 東西風が急激に時間発展する期間

図 4.1.1 は図 4.1 の 0 日から 100 日を拡大したものである. 0 日から約 100 日までの期間における東西風速度の増加は, ハドレー循環による惑星境界層から自由大気への東西角運動量輸送で説明される. このことを以降で説明する. 惑星境界層は地表面摩擦の影響を受ける ($\sigma > 0.7$) の領域であり, 自由大気は地表面摩擦の影響を受けない ($\sigma < 0.7$) の領域である.

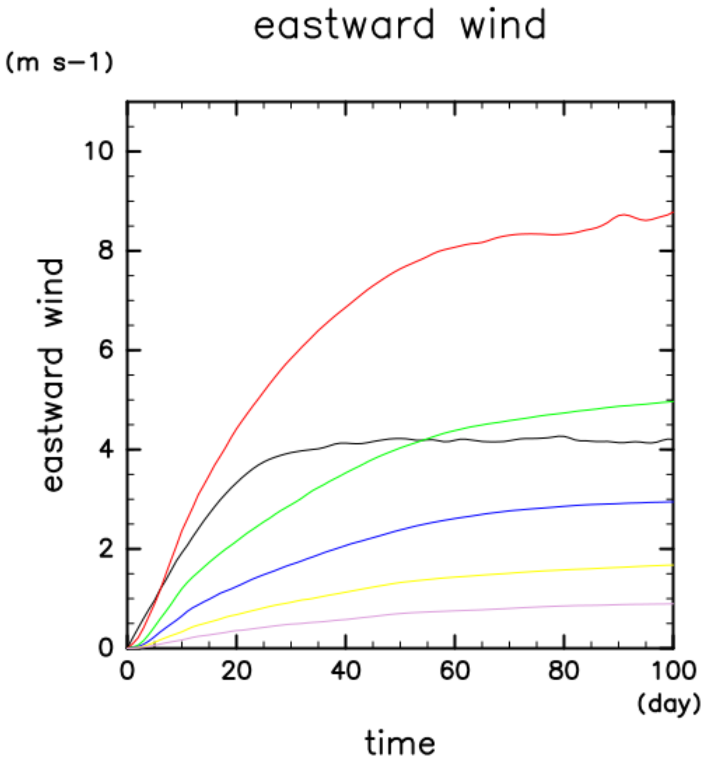


図 4.1.1: 図 4.1 の 0 日から 100 日を拡大した図

4.1.1 ハドレー循環

図 4.1.1 で表されるような, 全球平均東西風の時間発展を説明するために, ハドレー循環の説明を行う. ハドレー循環は赤道域と極域の温度差により形成される循環である. 赤道域は極域より太陽光が入射する面積が大きい. そのため, 赤道域の空気は極域の空気より, より多く温められる. そして, 赤道域の空気と極域の空気で温度差, つまり密度差が発生する. 温度が高い空気は, 温度が低い空気より密度が小さいので, 赤道域において空気は上昇する. そして, 上昇した空気は, 極域の方へと移動するが, 中緯度で発生する傾圧不安定が原因で亜熱帯において下降する. 下降した空気は, 赤道において上昇した空気による質量輸送を補うため, 亜熱帯から赤道域へと移動する. このような一連の循環がハドレー循環である.

ハドレー循環は, オイラー平均した, 南北風と鉛直風が満たすオイラー平均流線関数 Ψ によって表される循環である. ここで, オイラー平均は, 経度軸をもつ, ある物理量 $A(\lambda)$ に対して, 上付きバーを用いて

$$\bar{A} \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} A(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda \tag{4.1}$$

で定義される. このとき, オイラー平均からのずれを A' とすると

$$A(\lambda) = \bar{A} + A' \tag{4.2}$$

であり, 定義により $\partial\bar{A}/\partial\lambda = 0$ また $\overline{A'} = 0$ である. そして, Ψ は, 二次元非圧縮の式から

$$\Psi(\vartheta, p) = \frac{2\pi a\cos\vartheta}{g}\int_0^p \bar{v}\,\mathrm{d}p \tag{4.3}$$

で定義される (定義の詳細は 5 章で述べる.).

本実験においては, 実験設定により, 大気は初期に静止しているが, 実験開始から, 積分時間にして 1 日後には, 全ての自転角速度の実験においてハドレー循環が形成されている (図 4.1.2). そして, 以降のモデル内時間においてもハドレー循環は存在することを確認したが, 省略している.

4.1.2 ハドレー循環による東西角運動量輸送

東西方向の絶対角運動量 m は惑星角運動量 $m_p = \Omega a^2\cos^2\vartheta$ と相対角運動量 $m_r = ua\cos\vartheta$ の和で与えられ, 以下のように表される

$$\begin{aligned} m &= m_p + m_r \\ &= a\,\cos\vartheta(\Omega a\cos\vartheta + u). \end{aligned} \tag{4.4}$$

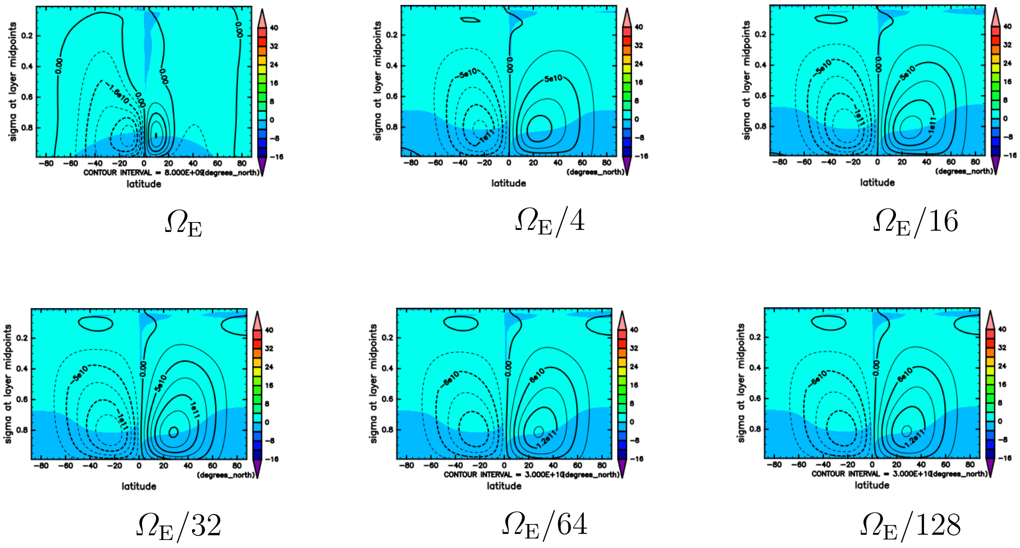


図 4.1.2: 実験開始から, モデル内において 1 日後における, 東西平均した, オイラー平均流線関数 Ψ と東西平均東西風 (トーン).

また, m の時間発展を表す式は, 圧力座標系で

$$\frac{\mathrm{D}\bar{m}}{\mathrm{D}t} = -\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\overline{m'v'}\cos\vartheta\right) - \frac{\partial\overline{m'\omega'}}{\partial p}(+\nu) \tag{4.5}$$

のように表される (Lewis et al. 2020, Chapter 2, (6)). ここで, ν は抵抗の項を表し, $\omega = \mathrm{D}p/\mathrm{D}t$ は圧力鉛直速度を表す. 大気が自転軸対称 ($X = \bar{X}$) であり, 非粘性 ($\nu = 0$) のとき (4.5) は

$$\frac{\mathrm{D}m}{\mathrm{D}t} = 0 \tag{4.6}$$

となる. この式は東西角運動量保存則であり, ある流体パーセルが持つ東西角運動量は一定に保たれるということを意味する.

図 4.1.2 において, 全ての自転角速度の実験でハドレー循環内にあると考えられる, 二つの南北, 鉛直面内の座標 $(\vartheta, \sigma) = (20^\circ, 0.6)$ と $(\vartheta, \sigma) = (20^\circ, 0.9)$ における自転軸対称性に注目する. この二つの座標において切り出した, (4.5) 式右辺の $v'/\bar{v}$ が, 縦軸を時間 (0 日から 100 日), 横軸を経度として 図 4.1.3 に示されている. 実験開始 0 日から約 20 日においては, 全ての自転角速度の実験で $v'/\bar{v}$ は, 他の期間に比べて, かなり小さく, $v'/\bar{v} \sim \mathcal{O}(10^{-1})$ である.

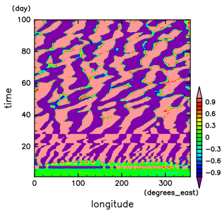
波の振幅が平均流の振幅に比べて約 1/10 程度と考えられるこの期間を, 自転軸対称な期間であると仮定すると, $t \sim 20$ 日程度までは自由大気で (4.6) の式が成り立っていると考えることができ, 惑星境界層では, 粘性の効果を含めた (4.6) が成り

立っていると考えることができる.

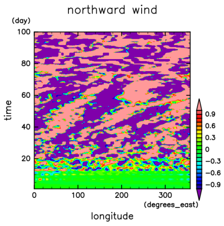
この期間において, 惑星境界層内での流れで赤道へ移動する流体パーセルの東西角運動量を考える. 赤道へ移動するにつれ, この流体パーセルが持つ惑星角運動量 m_p は, $\cos\vartheta$ の値の増加に伴い増加する. 一方で, 流体パーセルの持つ絶対角運動量 m は保存されるので, m_p が増加すると m_r は減少する. したがって, 初期に静止していたこのパーセルは, 赤道への移動に伴い負の東西速度をもつ. しかし, 地表面付近においては, 実験設定によりレイリー摩擦を与えており速度はゼロ付近に減速される.

一方で, 赤道において上昇するパーセルは, ハドレー循環にしたがい上空で赤道から極へ向かう. 上空では, 角運動量保存の式 (4.6) にしたがう. 極へ向かうにつれ $\cos\vartheta$ の値は小さくなる, つまり惑星角運動量が小さくなるので, それに伴い, 相対角運動量, つまり東西風速度が大きくなる.

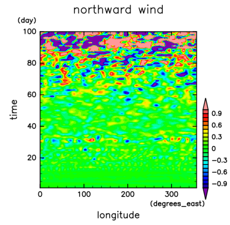
このように, 東西速度 u は上空では角運動量保存により増加する. しかし, 地表面付近では, レイリー摩擦の存在により, 実質的にゼロ付近に加速される (全角運動量保存の観点から言えば, 赤道へ向かう表面分流の東西風速度は, 減速されるが, レイリー摩擦の存在により, ゼロ付近に戻される.). したがって, 大気全体での東西角運動量の時間変化を考えると正である. 大気全体での, このメカニズムはギーラッシュメカニズムと呼ばれる (Gierasch (1975)). 非軸対称擾乱が現れ始めると, ギーラッシュメカニズムだけでなく, 波による角運動量フラックスも考慮した (4.5) の式にしたがい, 東西角運動量は増加する. 図 4.1.4 は惑星境界層からの正の相対角運動量の汲み上げを表す図である.



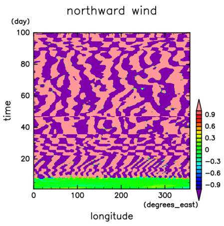
$\Omega_{\mathrm{E}} : \sigma = 0.6$



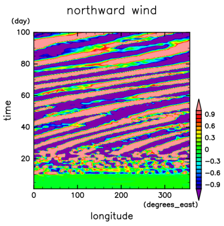
$\Omega_{\mathrm{E}}/4 : \sigma = 0.6$



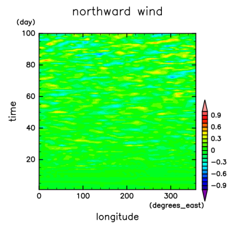
$\Omega_{\mathrm{E}}/16 : \sigma = 0.6$



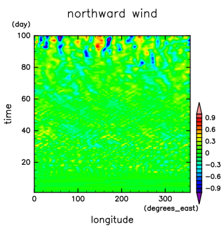
$\Omega_{\mathrm{E}} : \sigma = 0.9$



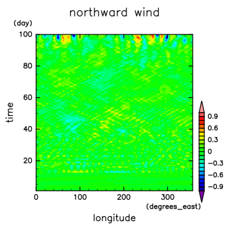
$\Omega_{\mathrm{E}}/4 : \sigma = 0.9$



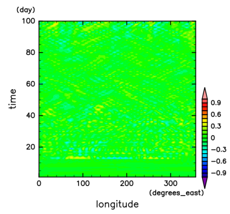
$\Omega_{\mathrm{E}}/16 : \sigma = 0.9$



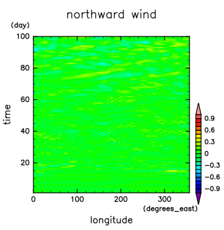
$\Omega_{\mathrm{E}}/32 : \sigma = 0.6$



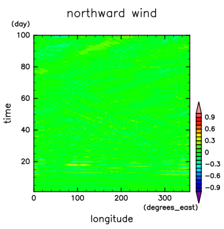
$\Omega_{\mathrm{E}}/64 : \sigma = 0.6$



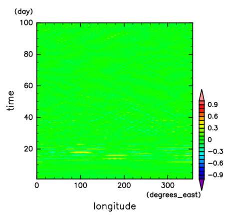
$\Omega_{\mathrm{E}}/128 : \sigma = 0.6$



$\Omega_{\mathrm{E}}/32 : \sigma = 0.9$

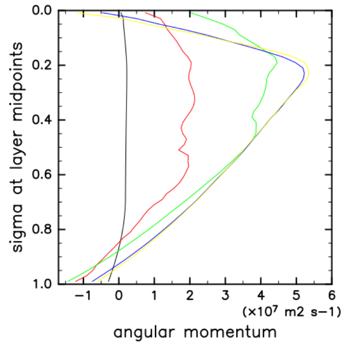


$\Omega_{\mathrm{E}}/64 : \sigma = 0.9$

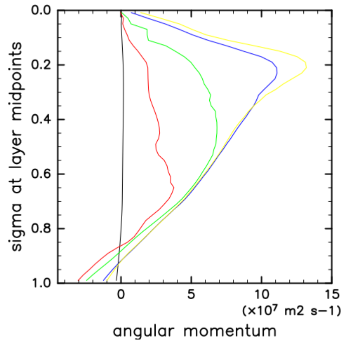


$\Omega_{\mathrm{E}}/128 : \sigma = 0.9$

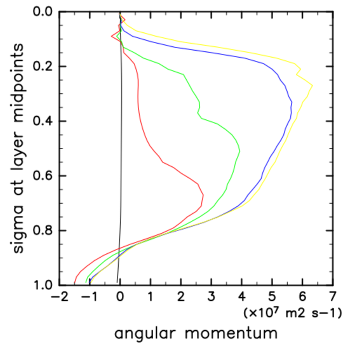
図 4.1.3: 東西平均した南北速度 $\bar{v}$ に対する, 南北速度の東西平均からのずれ v' の比 $v'/\bar{v}$. 縦軸が, モデル内時間であり, 横軸が経度である. 全ての図が緯度 20° のものであり, それぞれの図の下に自転角速度と切り出した高度 (σ) が示されている. また, カラーバーは統一されている.



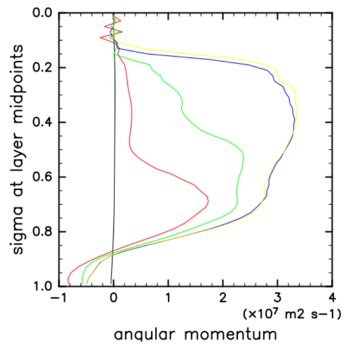
Ω_{E}



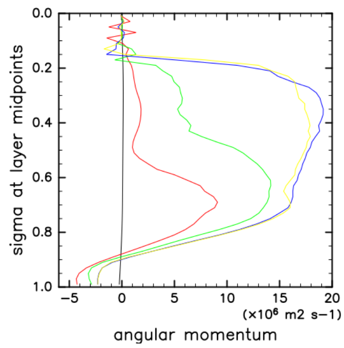
$\Omega_{\mathrm{E}}/4$



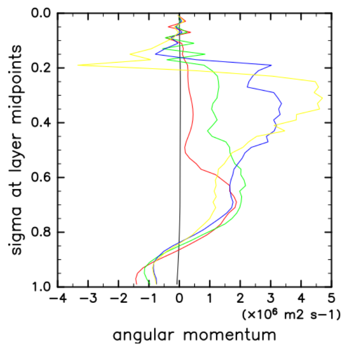
$\Omega_{\mathrm{E}}/16$



$\Omega_{\mathrm{E}}/32$



$\Omega_{\mathrm{E}}/64$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128$

図 4.1.4: 東西, 南北平均をした, 相対東西角運動量 $m_r = ua\cos\vartheta$. それぞれの実線は, モデル内時間において, 黒色が 1 日後, 赤色が 10 日後, 緑色が 30 日後, 青色が 100 日後, 黄色が 150 日後に対応している.

第5章　東西風と子午面循環

この章では, 子午面における東西風と子午面循環について考察する. 図 4.1 に示した全球平均東西風の速度増加が, 始めの 0 日から 100 日程度より比較的少ない期間, 100 日から 1500 日にあたる期間の系について考える. 以降では, 1000 日から 1200 日においてのデータを用いて解析を行う.

まず初めに, 子午面循環を定義する. 子午面循環の表式として, オイラー平均循環 $(\bar{v}, \bar{\omega})$ と残差循環 $(\bar{v}^*, \bar{\omega}^*)$ を定義する. 残差南北速度は

$$\bar{v}^* \equiv \bar{v} - \frac{\partial \psi}{\partial p}, \quad \psi = \overline{v'\theta'} \Big/ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} \tag{5.1}$$

で定義される. ここで, θ は温位であり,

$$\theta = T \left(\frac{p_s}{p} \right)^{\kappa}, \quad (\kappa \equiv R/c_p) \tag{5.2}$$

である.

次に, それぞれの循環が満たす流線関数を定義する. 流線関数は二次元非圧縮の流体に対して定義されるスカラー量であり, その等値線に沿う流体の流れがあることを意味する. したがって, 流線関数を見ることで質量輸送の向き, 強さを知ることができる. 本論文では, 子午面における流線関数として, オイラー平均流線関数 $\Psi(\vartheta, p)$ と, 残差流線関数 $\Psi^*(\vartheta, p)$ を定義する. 単位はともに kg/s である.

それぞれの流線関数は二次元非圧縮の式から定義される. オイラー平均流が満たす二次元非圧縮の式は

$$\frac{1}{a \cos\vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\bar{v} \cos\vartheta) + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0 \tag{5.3}$$

である (導出は, 付録 A に示されている). この式にオイラー平均流線関数 Ψ を

$$\bar{v} = -\frac{g}{2\pi a \cos\vartheta} \frac{\partial \Psi}{\partial p} \tag{5.4}$$

$$\bar{\omega} = \frac{g}{2\pi a^2 \cos\vartheta} \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \tag{5.5}$$

と定義すると, (5.4) を積分することで

$$\Psi(\vartheta, p) = \frac{2\pi a \cos\vartheta}{g} \int_0^p \bar{v}\, \mathrm{d}p \tag{5.6}$$

が得られる. また, 残差循環が満たす非圧縮の式は

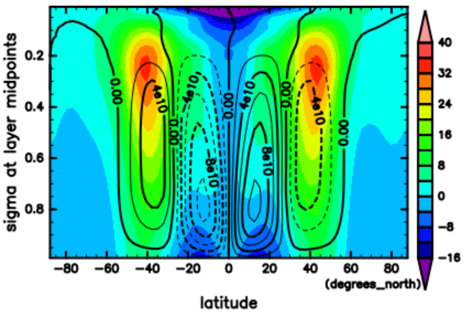
$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}^* \cos\vartheta) + \frac{\partial \bar{\omega}^*}{\partial p} = 0 \tag{5.7}$$

と表される (導出は, 付録 A に示されている) ので, Ψ^* は, Ψ と同様に

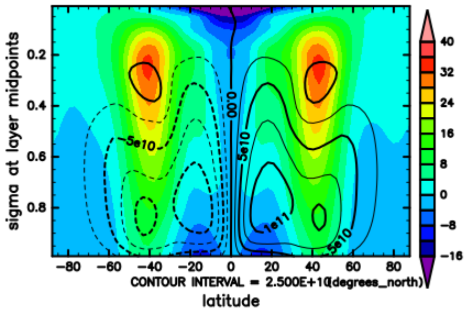
$$\Psi^*(\vartheta, p) = \frac{2\pi a \cos\vartheta}{g} \int_0^p \bar{v}^*\, \mathrm{d}p \tag{5.8}$$

と表される.

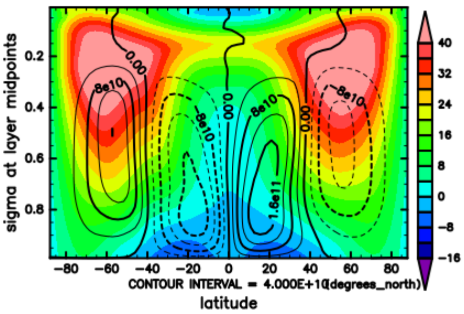
東西風と二つの流線関数 (Ψ と Ψ^*) を描いた図を図 5.1 に示す. 正の等値線は, 時計回りの循環があることを意味し, 負の等値線は反時計回りの循環を意味する. 以降の節では, 図 5.1 についての考察を行う.



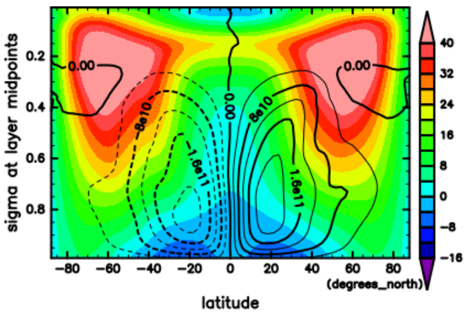
$\Omega_{\mathrm{E}}, \Psi$



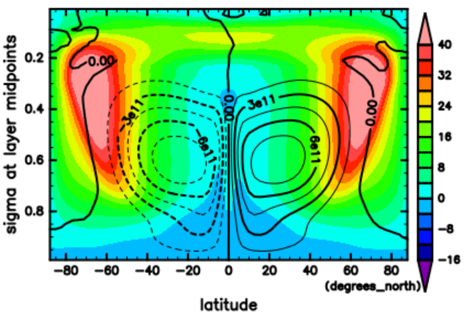
$\Omega_{\mathrm{E}}, \Psi^{*}$



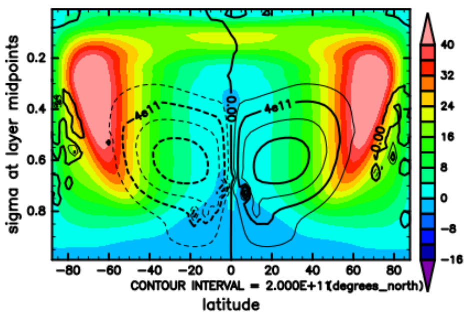
$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \Psi$



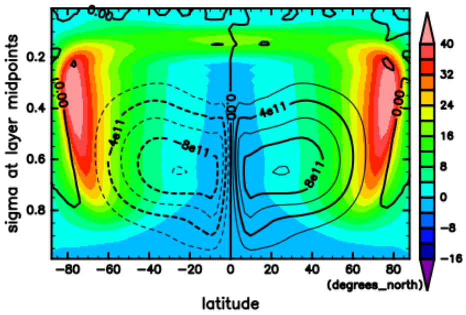
$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \Psi^{*}$



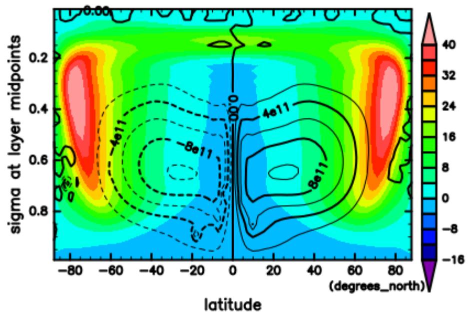
$\Omega_{\mathrm{E}}/16, \Psi$



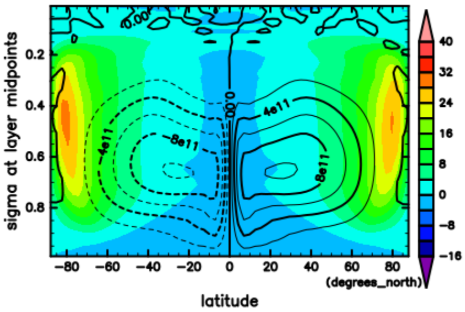
$\Omega_{\mathrm{E}}/16, \Psi^{*}$



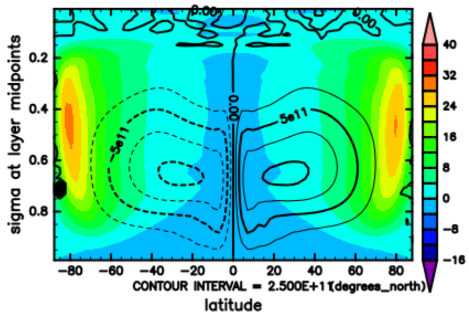
$\Omega_{\mathrm{E}}/32, \Psi$



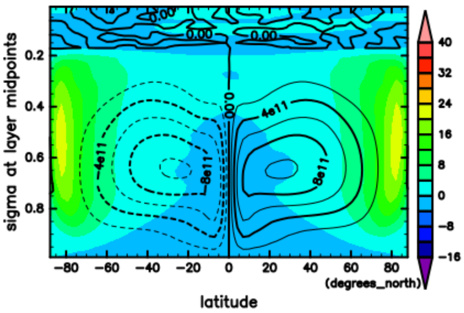
$\Omega_{\mathrm{E}}/32, \Psi^*$



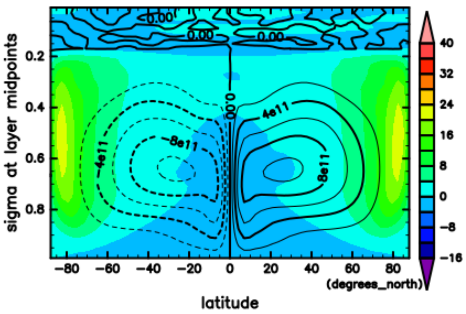
$\Omega_{\mathrm{E}}/64, \Psi$



$\Omega_{\mathrm{E}}/64, \Psi^*$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128, \Psi$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128, \Psi^*$

図 5.1: 1000 から 1200 日において東西平均, 時間平均された東西風 (トーン) と流線関数 (等値線). 自転角速度は図の下に示されている. 左側の図がオイラー平均流線関数 Ψ であり, 右側の図が残差流線関数 Ψ^* である. カラーバーは全ての図で固定されている.

5.1 東西風分布とその強さ

東西平均東西風分布から考察する. 図 5.1 の全ての自転角速度で, ハドレー循環内で角運動量を保存する流れが下降流緯度付近に形成する亜熱帯ジェットが形成されている. 地球の自転角速度 ($\mathit{\Omega} = \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}$) においては, 傾圧不安定により発生するロスビー波が中緯度下層 ($\sigma \gtrsim 0.7$) に渦駆動ジェットを形成する. $\mathit{\Omega} = \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}, \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/4$ の実験では, 赤道上空で逆行するジェットが形成されているが, $\mathit{\Omega} = \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/16, \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/32$ の実験では, 赤道上空に順行するジェットが形成されていることがわかる. 一方で, $\mathit{\Omega} = \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/64, \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/128$ の実験では, 赤道上空にジェットは形成されていない. 自転が遅い実験 (本実験においては $\mathit{\Omega} = \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/16, \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/32$) の場合, 順行するジェットが赤道上空に形成されるのは, 自転角速度を小さくすることで惑星規模の熱帯擾乱が赤道へ運動量を収束するためである (Mitchell and Vallis, 2010). また, 亜熱帯ジェットの緯度は, 自転が遅い実験ほど, より極へ移動していることがわかる. これは, ハドレー循環が拡大することが原因である.

東西風の強さが最大となっている位置は, 全ての自転角速度において, 亜熱帯ジェットの風速が最大となっている位置となっている. 亜熱帯ジェットの最大風速は $\mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}$ より自転角速度を小さくすると, 初めは増加しているが, $\mathit{\Omega} < \mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/16$ においては減少している.

5.2 子午面循環

次に子午面循環について考察する. 図 5.1 で表される子午面循環がそれぞれの自転角速度ごとの実験でなぜ異なるのかを東西流が満たす式を用い診断する.

5.2.1 ハドレー循環

ハドレー循環は, 赤道域と極域の温度差により形成される循環である. しかし, 実際の大気において, 赤道から極まで伸びる一つの循環はできない. なぜなら, 中緯度において, 傾圧不安定により発生するロスビー波はハドレー循環が極へ拡大することを制限するからである. このことは, 東西平均東西流の式で表される. 球座標において, 東西平均東西流が満たす式は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - (f + \bar{\zeta})\bar{v} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\cos^2\vartheta\overline{u'v'}) - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \tag{5.9}$$

と書ける (Vallis, 2017, (14.4)). ここで $\bar{\zeta} = -a(a\cos\vartheta)^{-1}\partial_\vartheta(\bar{u}\cos\vartheta)$ である. Vallis (2017) においては, 鉛直微分が小さいとして無視し, さらに定常状態を仮定している. そして,

$$(f+\bar{\zeta})\bar{v} = \frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'}. \tag{5.10}$$

を得ている (Vallis, 2017, (14.66)). ここで, y は球座標における緯度 ϑ に相当する座標である. つまり, 南北流は $\partial_y(\overline{u'v'})$ により駆動される. そして (5.10) から, ハドレー循環の南北幅, つまり南北流がゼロとなる緯度は, $f+\bar{\zeta} \neq 0$ のとき $\partial_y(\overline{u'v'}) = 0$ となる緯度である. $f+\bar{\zeta} \neq 0$ の仮定は, ロスビー数が小さいとき $\bar{\zeta}$ を無視できることで成立すると考えられる (Vallis, 2017, 14.5.3 節).

(5.10) が本実験において成り立っているのかを図 5.2.1 に示す. 自転が比較的速い Ω_{E} と $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ の実験では, 中緯度で傾圧不安定が発生し, 波による南北運動量フラックス $\overline{u'v'}$ が存在することが確認できる. しかし, ハドレー循環の緯度に関しては Ω_{E} の実験では, 緯度は $\partial_y(\overline{u'v'})$ となる緯度より小さくなっており, $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ の実験では, よりその差が大きい.

ここで, 正確なハドレー循環の緯度を調べるために, 付録 A で得られる東西流に関するオイラー平均方程式 (A.29b) を用いる. (A.29b) において, 時間微分と外力を除くと

$$f\bar{v} + \frac{\bar{u}\bar{v}\tan\vartheta}{a} - \frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta} = \frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta) + \frac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'} + \bar{\omega}\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} \tag{5.11}$$

となる. この式におけるそれぞれの項の, 緯度分布を図 5.2.2 に示す. この図は, ハドレー循環内の $\sigma = 0.3$ で切り出された図で, また時間平均されている. それぞれの線と項の対応関係は以下のようになっている.

緑色： $f\bar{v}$

赤色： 左辺の和

黒色： $\dfrac{1}{a\cos^2\vartheta}\dfrac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)$

ピンク色： $\dfrac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'}$

藍色： $\bar{\omega}\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial p}$

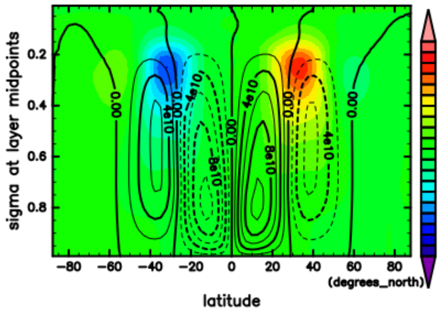
青色： 右辺の和

この図から, Ω_{E} の実験においては, ハドレー循環の南北緯度, つまり (5.11) の左辺の和がゼロとなる緯度付近では, 左辺の和 (赤色) とコリオリ項 (緑色) が, かなり一致しているように見える. しかし, コリオリ項は, 運動量フラックスの緯度微分

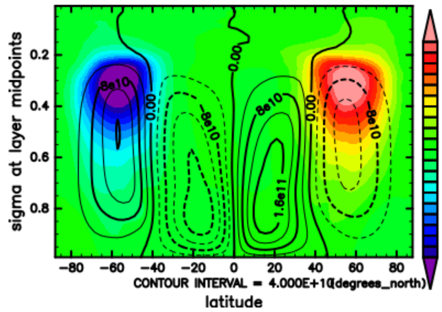
(黒色) とつり合っておらず, むしろ鉛直微分を含めた右辺の和の項 (青色) とつりあっている. よって $\varOmega_{\mathrm{E}}$ の実験においては, 鉛直微分も含めた

$$f\bar{v} = \frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta) + \frac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'} + \bar{\omega}\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} \tag{5.12}$$

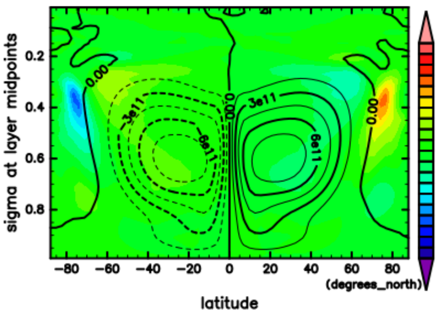
となっていると考えられる. この結果は, 鉛直微分を除いた,(5.10) から考えられるハドレー循環の緯度より正確であると考えられる.



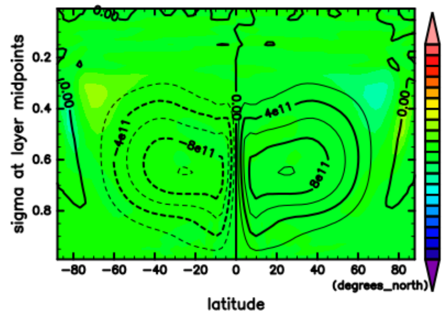
$\Omega_{\mathrm{E}}, \overline{u'v'}$



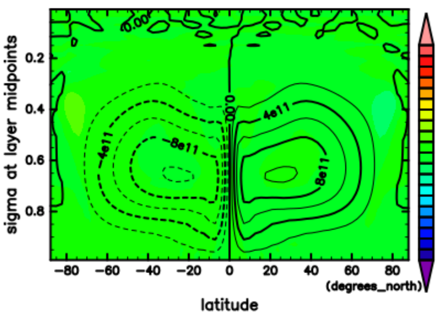
$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \overline{u'v'}$



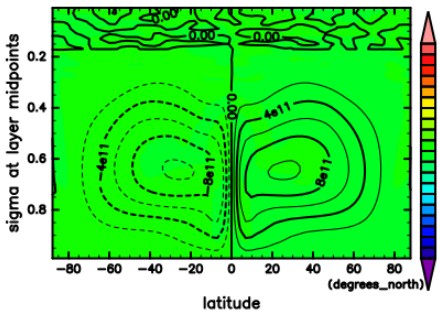
$\Omega_{\mathrm{E}}/16, \overline{u'v'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/32, \overline{u'v'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/64, \overline{u'v'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128, \overline{u'v'}$

図 5.2.1: 南北運動量フラックス $\overline{u'v'}$ (トーン) と, Ψ (等値線). カラーバーは全ての図で統一されている.

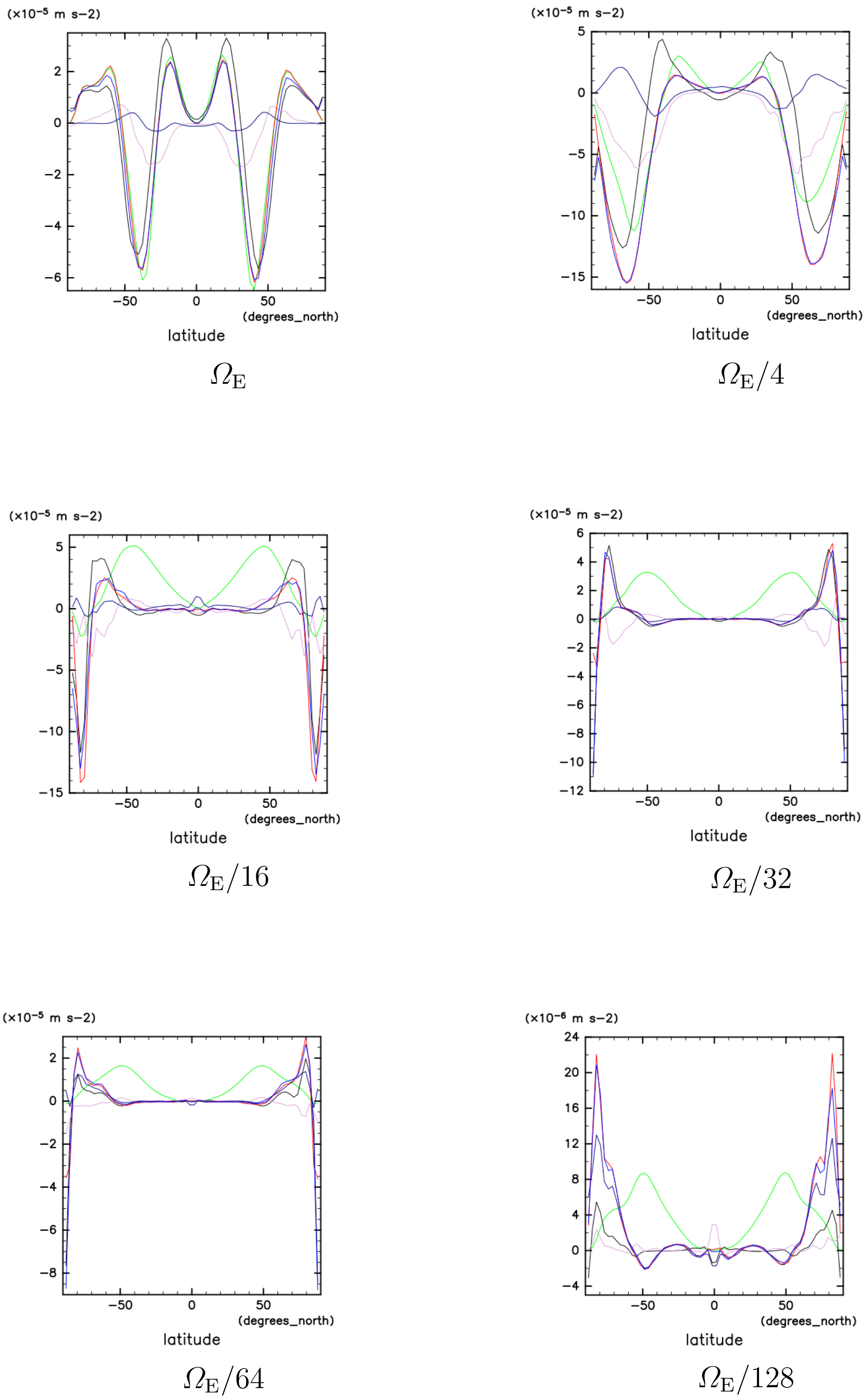


図 5.2.2: (5.11) における各項の緯度分布. 線と項の対応関係は, 緑色が $f\bar{v}$, 左辺の和が赤色, 黒色が $(a\cos^2\vartheta)^{-1}\partial_\vartheta(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)$, ピンク色が $\partial_p\overline{u'\omega'}$, 藍色が $\bar{\omega}\partial_p\bar{u}$, 右辺の和が青色である.

5.2.2 フェレル循環

次に, 自転が比較的速い場合の実験において, 中緯度に形成されるフェレル循環について考察する. フェレル循環は, ハドレー循環と同様に東西平均した南北風と鉛直風が形成するオイラー平均循環である. しかし, ハドレー循環と違い, 高緯度側で上昇し, 低緯度側で下降する流れとなっている. この中緯度対流圏における循環は, ブシネスク浅水系の二層モデルにより説明される (詳細は Vallis 2017, 15.22 節を見よ). それぞれの層における運動量方程式は, 上層に対して, 下付き添え字 1 を, 下層に対して, 下付き添え字 2 を用いて表すと

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_1}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{f} \times \boldsymbol{u}_1 = -\nabla\phi_1 \tag{5.13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_2}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{f} \times \boldsymbol{u}_2 = -\nabla\phi_2 - r\boldsymbol{u}_2 \tag{5.14}$$

となる. ここで, $-r\boldsymbol{u}_2$ は表面摩擦を表しており, $r > 0$ である. これらを, 東西平均東西流の式に変形すると

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} - f\bar{v}_1 = \overline{v_1'\zeta_1'} \tag{5.15}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} - f\bar{v}_2 = \overline{v_2'\zeta_2'} - r\bar{u}_2 \tag{5.16}$$

となる. ここで, 南北渦度フラックスは

$$\begin{aligned} v'\zeta' &= v'\left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}\right) \\ &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(v')^2 - v'\frac{\partial u'}{\partial y} \\ &= -\frac{\partial}{\partial y}u'v' + u'\frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(v')^2 \end{aligned} \tag{5.17}$$

となる. ずれに関する非圧縮の式

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \tag{5.18}$$

より, (5.17) の右辺第二項は

$$\begin{aligned} u'\frac{\partial v'}{\partial y} &= -u'\frac{\partial u'}{\partial x} \\ &= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(u')^2 \end{aligned} \tag{5.19}$$

となるので, (5.17) は

$$v'\zeta' = -\frac{\partial}{\partial y}(u'v') + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(v'^2 - u'^2) \tag{5.20}$$

$$\overline{v'\zeta'} = -\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'} \tag{5.21}$$

となる. よって (5.15) は, 定常状態において,

$$f\bar{v}_1 \sim \frac{\partial}{\partial y}\overline{u_1'v_1'} \tag{5.22}$$

となる. この式は, 上空における南北流が傾圧不安定により制限されているという意味で, (5.10) と本質的に同じである. 一方で, 下層では, 図 5.2.1 から $\overline{u'v'}$ は上層におけるものより小さいので, 定常状態におけるつり合いは

$$f\bar{v}_2 \sim r\bar{u}_2 \tag{5.23}$$

となる. 図 5.2.3 に, このモデルから考えられるフェレル循環の概念図 (Vallis 2017, Fig 14.17 を引用) を示す. この図において, 鉛直流が満たす式

$$w \sim -\frac{\partial\overline{v'\theta'}}{\partial\vartheta} \tag{5.24}$$

は熱力学の式をオイラー平均方程式にすることで導くことができる. フェレル循環が形成される Ω_{E} と $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ の実験の図において, 中緯度上層の南北流の向きが (5.22) の式にしたがうことが図 5.2.1 から読み取れる. そして, 南北熱フラックスを表す図 5.2.5 より, 鉛直流に関しても, $\overline{v'\theta'}$ の y 微分, つまり y 方向の変化を考えると, (5.24) が定性的に成り立っていると言える. また中緯度下層 ($\sigma > 0.8$) では, 東西流は正となっており (図 5.2.4), そのとき南北流の向きも (5.23) の式にしたがう.

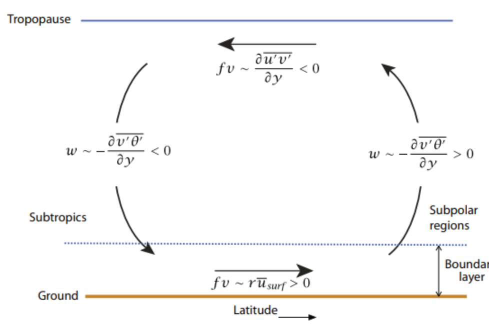
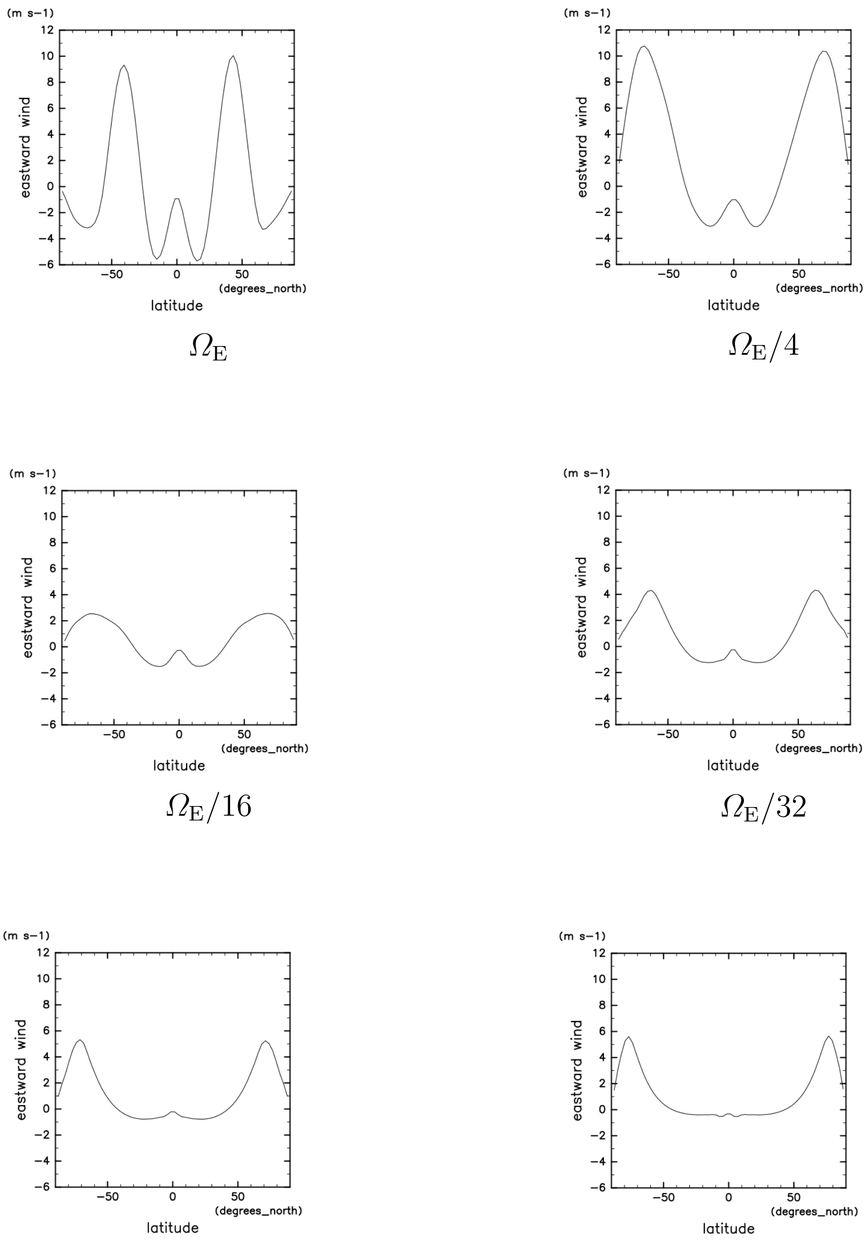


図 5.2.3: フェレル循環の概念図

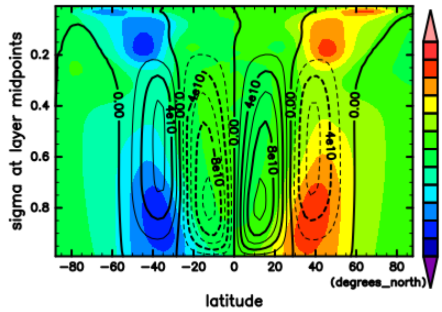


Ω_{E}　$\Omega_{\mathrm{E}}/4$

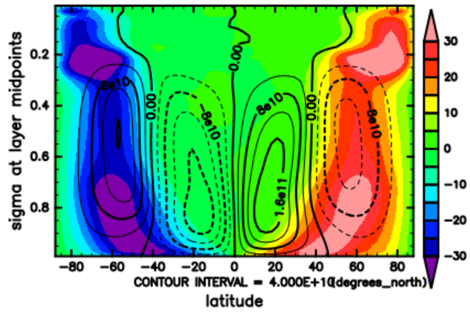
$\Omega_{\mathrm{E}}/16$　$\Omega_{\mathrm{E}}/32$

$\Omega_{\mathrm{E}}/64$　$\Omega_{\mathrm{E}}/128$

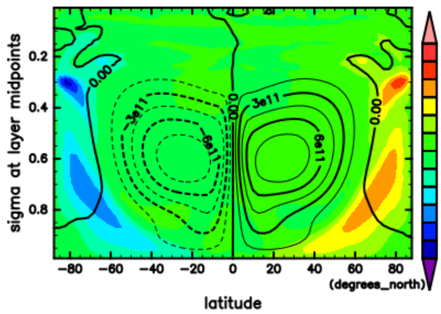
図 5.2.4: 地表面付近 $(0.8 < \sigma)$ において, 鉛直平均をした東西平均東西風の緯度分布.



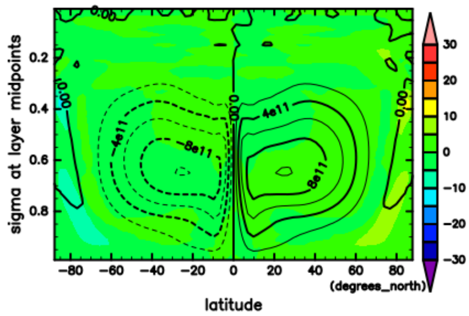
$\Omega_{\mathrm{E}}, \overline{v'\theta'}$



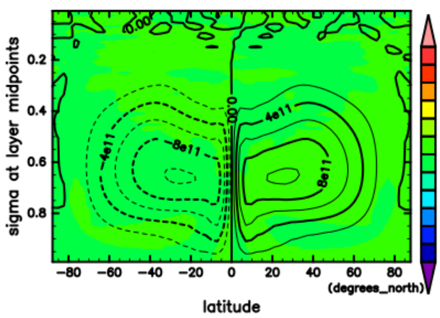
$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \overline{v'\theta'}$



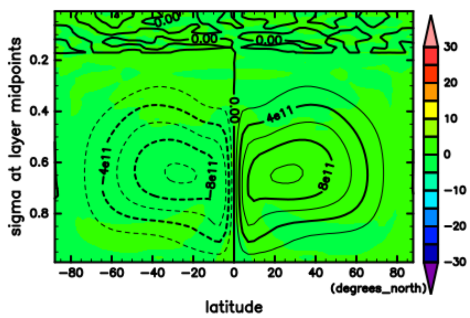
$\Omega_{\mathrm{E}}/16, \overline{v'\theta'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/32, \overline{v'\theta'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/64, \overline{v'\theta'}$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128, \overline{v'\theta'}$

図 5.2.5: 南北熱フラックス $\overline{v'\theta'}$ (トーン) と Ψ (等値線) を示した図. カラーバーは全ての図で統一されている.

5.2.3 残差循環

最後に残差循環について考察する. 残差循環は残差流線関数 Ψ^* によって表される正味の質量輸送を担う循環である. なぜなら, ハドレー循環とフェレル循環は単に, オイラー平均流が担う質量輸送を表すのに対して, 残差循環は, 平均流だけでなく波による輸送も含めた循環を表すからである. 自転が遅い場合の実験においては前の節までに示したように, 自転が速い場合の実験より傾圧不安定が発生しておらず, 波による寄与が小さい. よって, Ψ と Ψ^* の図に, ほとんど違いはない. しかし, 自転が比較的速い実験の場合 ($\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}, \Omega_{\mathrm{E}}/4$) には中緯度においてかなり異なっている. 特に, Ψ と Ψ^* の図の中緯度において循環の向きが異なっている. このことを, 準地衡流において連続的に成層したモデルを用いて考える. 東西平均東西流が満たす式は X を外力項とすると

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v'\zeta'} + f_0\bar{v} + X \tag{5.25}$$

と表せる. 準地衡流において, ポテンシャル渦度の東西平均からのずれ q' は

$$v'q' = v'\zeta' + f_0 v' \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b'}{N^2}\right) \tag{5.26}$$

を満たす. この式の右辺第二項は

$$f_0 v' \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b'}{N^2}\right) = f_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v'b'}{N^2}\right) - \frac{f_0^2}{2N^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right)^2 \tag{5.27}$$

とできる. (5.26) に代入し, 東西平均をとると

$$\overline{v'q'} = -\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f_0}{N^2}\overline{v'b'}\right) \tag{5.28}$$

となる. この式に, エリアッセンパーム (EP) フラックス $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ を

$$\boldsymbol{\mathcal{F}} \equiv -\overline{u'v'}\mathbf{j} + \frac{f_0}{N^2}\overline{v'b'}\mathbf{k} \tag{5.29}$$

と定義する. EP フラックスの南北成分は, 南北方向の東西運動量輸送を表しており, 鉛直成分は, 南北方向の熱輸送を表している. この式を用いると (5.28) は

$$\overline{v'q'} = \nabla_x \cdot \boldsymbol{\mathcal{F}} \tag{5.30}$$

と表せる. ここで $\nabla_x \equiv (\partial/\partial y, \partial/\partial z)$ である. この式は, ポテンシャル渦度フラックスが EP フラックスの発散に等しいことを意味する. 残差南北速度 $\bar{v}^*$ を

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{N^2}\overline{v'b'}\right) \tag{5.31}$$

とすると

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f_0 \bar{v}^* + \nabla_x \cdot \boldsymbol{\mathcal{F}} + \bar{X} \tag{5.32}$$

となる. この式が, Andrews and McIntyre, (1976), (1978) によって導入された変形オイラー平均 (TEM) 方程式の準地衡流版である. 上層において, 定常状態では

$$f_0 \bar{v}^* = -\nabla_x \cdot \boldsymbol{\mathcal{F}} \tag{5.33}$$

となる.

次に, 準地衡流形式で得られた変形オイラー平均方程式における (5.34) の評価をする. そのために, プリミティブ方程式から得られた変形オイラー平均方程式を用いる. 鉛直圧力座標プリミティブ方程式における, 東西流に関する変形オイラー平均方程式は

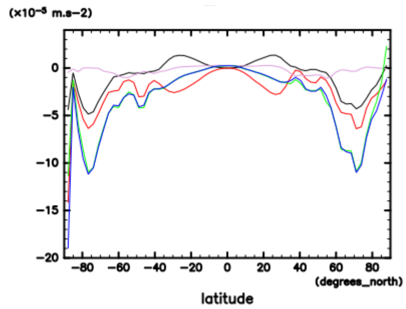
$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{1}{a\cos\vartheta} \frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta} - f \right) \bar{v}^* + \bar{\omega}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = \frac{1}{\cos\vartheta} \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{F}} + \bar{X} \tag{5.34}$$

である (導出は, 付録 A を見よ). この式の各項の緯度分布を図 5.2.6 に示す. 各項と線の対応関係は.

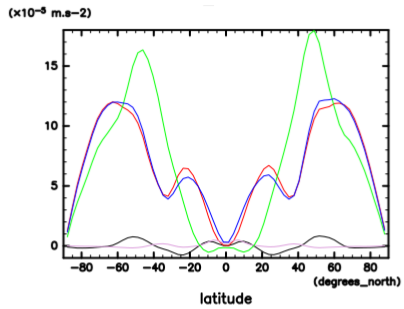
$$\begin{aligned}
\text{黒色:} \quad & \frac{\bar{v}^*}{a\cos\vartheta} \frac{\partial \bar{u}\cos\vartheta}{\partial\vartheta} \\
\text{赤色:} \quad & -f\bar{v}^* \\
\text{ピンク色:} \quad & \bar{\omega}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \\
\text{青色:} \quad & \text{左辺の和} \\
\text{緑色:} \quad & \frac{1}{\cos\vartheta} \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{F}}
\end{aligned}$$

としている. なお, 時間微分と外力項 $\bar{X}$ は計算していない. この図から, どちらの自転角速度の実験でも $\sigma = 0.4$ では, (時間微分項を除いた) 左辺と (外力項を除いた) 右辺がかなりつり合っている. 一方で, $\sigma = 0.9$ においては, 左辺と右辺はつり合っておらず, 外力項の影響が強いと考えられる. そして Ω_{E} の実験では, 左辺の項と $-f\bar{v}^*$ にほとんど違いがない. したがって (5.33) が成り立っているとみなせる.

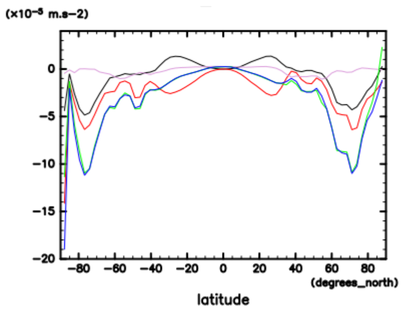
図 5.2.7 に鉛直圧力座標プリミティブ方程式の EP フラックスとその発散を示す. Ω_{E} の図から, 上層においては EP フラックスの発散は負であるので, 残差南北速度は正となる. このことは $\Omega_{\mathrm{E}}, \Psi^*$ の図において, 上層の南北風が極方向であることと整合的である. 下層においては, 図 5.2.6 から分かるように, (5.33) は正確には成り立っていないが, (5.33) を用いると, EP フラックスの発散は負となっているので, 残差南北速度は負となる. このことも, $\Omega_{\mathrm{E}}, \Psi^*$ の流線関数と整合的である.



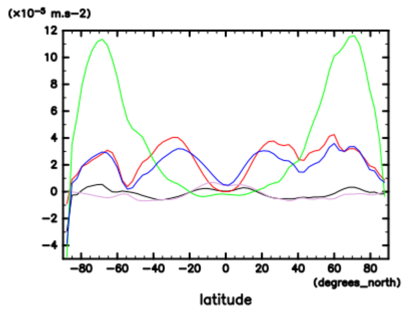
$\Omega_{\mathrm{E}}, \sigma = 0.4$



$\Omega_{\mathrm{E}}, \sigma = 0.9$

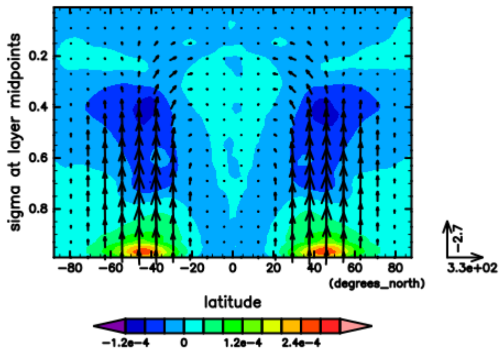


$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \sigma = 0.4$

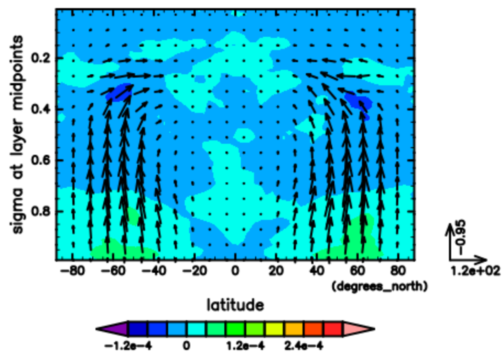


$\Omega_{\mathrm{E}}/4, \sigma = 0.9$

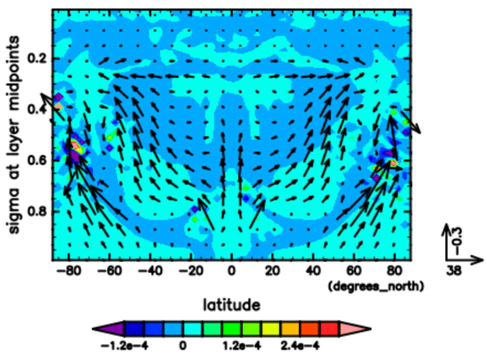
図 5.2.6: (5.35) における各項の緯度分布.



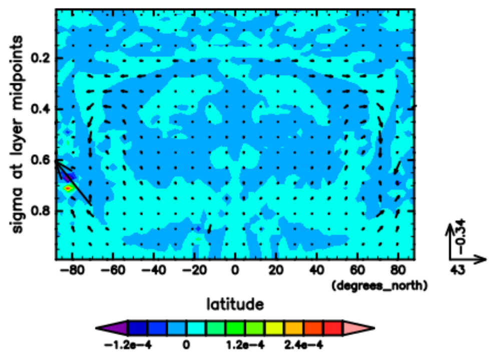
Ω_{E}



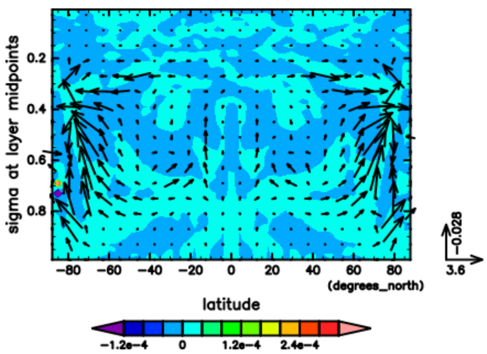
$\Omega_{\mathrm{E}}/4$



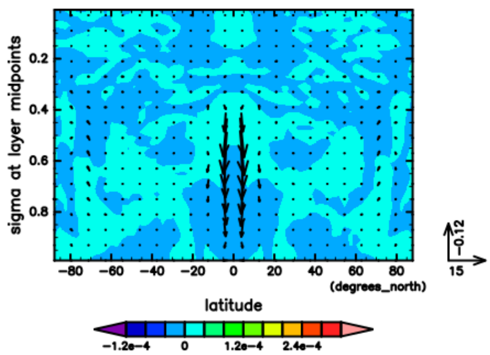
$\Omega_{\mathrm{E}}/16$



$\Omega_{\mathrm{E}}/32$



$\Omega_{\mathrm{E}}/64$



$\Omega_{\mathrm{E}}/128$

図 5.2.7: (A.39), (A.40) で与えられる EP フラックス (矢印) と (A.42) で与えられるその発散 (トーン).

第6章　結論

本論文では, 惑星自転角速度が子午面循環に与える影響について惑星大気大循環モデル DCPAM を用いて行った数値実験結果を解析した. 主に, 子午面循環 (流線関数) への波の寄与の観点から考察した.

その結果, モデル内において, 全球平均東西風が急激に増加する期間では, 惑星境界層から自由大気への正の東西角運動量の輸送があることを確認した.

また, 全球平均東西風の時間発展が比較的緩やかな期間では, 波による寄与が子午面循環の構造に違いをもたらすことを確かめた. 地球の自転角速度に比較的近い自転角速度での実験では, 中緯度で波が発生しておりこの波がハドレー循環の南北幅を制限していることが確かめられた. しかし, ハドレー循環の正確な南北幅を見積もるためには, 東西平均東西流が満たす式において, 鉛直微分も含めた式の方がより正確であることが確かめられた. 自転が遅い場合の実験においては, 波による寄与が, 自転が速い実験におけるものより小さく, ハドレー循環は極方向へ拡大することが確かめられた.

付録 A 変形オイラー平均方程式の導出

ここでは圧力座標における変形オイラー平均方程式を導出する. 導出に際して, 地球流体電脳倶楽部が作成したチュートリアル[*1]を参考にした. まず初めに, 球面上の鉛直圧力座標プリミティブ方程式系を表記する. 連続の式は非圧縮の式としている. 以下がプリミティブ方程式系である.

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial u}{\partial\lambda}+\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial v\cos\vartheta}{\partial\vartheta}+\frac{\partial\omega}{\partial p}=0 \tag{A.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{uv\tan\vartheta}{a}+fv-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}+X \tag{A.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{u^2\tan\vartheta}{a}-fu-\frac{1}{a}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}+Y \tag{A.3}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial p}=-\frac{1}{\rho}=\frac{p}{RT} \tag{A.4}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=Q^*. \tag{A.5}$$

ここで $\Phi=gz$ はジオポテンシャルであり, X, Y はそれぞれ経度方向, 緯度方向の外力である. また非断熱加熱項を Q^* としている. その他の文字の定義は本文におけるものと同じである. ラグランジュ微分は

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial}{\partial t}+\frac{u}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\lambda}+\frac{v}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}+\omega\frac{\partial}{\partial p} \tag{A.6}$$

である.

6.1 オイラー平均方程式の導出

ある物理量 A について ϑ, p, t を固定して東西方向にとった平均

$$\bar{A}(\vartheta,p,t)\equiv\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}A(\lambda,\vartheta,p,t)\,\mathrm{d}\lambda \tag{A.7}$$

[*1] チュートリアルの URL :
http://ruby.gfd-dennou.org/products/gphys/tutorial_ep_flux_/math-doc/document.pdf

をオイラー平均と呼ぶ. オイラー平均からのずれを A' とすると

$$A' = A - \bar{A} \tag{A.8}$$

である. 定義により, $\bar{A'} = 0$, $\partial\bar{A}/\partial\lambda$ となる. また, ここからの式変形では, 東西平均場が東西平均からのずれに与える影響とずれが東西平均場に与える影響は小さいとして無視する.

まず, 初めに連続の式に対して導く. (A.1) の各変数をオイラー平均とそこからのずれに分けて書くと

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\bar{u}+u') + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}+v') - \frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{v}+v') + \frac{\partial}{\partial p}(\bar{\omega}+\omega') = 0 \tag{A.9}$$

となる. 定義により $\partial\bar{u}/\partial\lambda = 0$ なので, この式から平均流に対する連続の式

$$\boxed{\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}\cos\vartheta) + \frac{\partial\bar{\omega}}{\partial p} = 0} \tag{A.10}$$

と, 東西平均からのずれに対する連続の式

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial u'}{\partial\lambda} + \frac{1}{a}\frac{\partial v'}{\partial\vartheta} - \frac{\tan\vartheta}{a}v' + \frac{\partial\omega'}{\partial p} = 0 \tag{A.11}$$

が得られる.

次に 東西流の式 (A.2) に対して導く. (A.2) の各量をオイラー平均とそこからのずれに分けて書くと

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}+u') + \frac{\bar{u}+u'}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\bar{u}+u') + \frac{\bar{v}+v'}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{u}+u') + (\bar{\omega}+\omega')\frac{\partial}{\partial p}(\bar{u}+u')\\ = \frac{\tan\theta}{a}(\bar{u}+u')(\bar{v}+v') + f(\bar{v}+v') - \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\bar{\Phi}+\Phi') + \bar{X} + X'\end{aligned} \tag{A.12}$$

となる. この式をオイラー平均し, 定義を用いると

$$\begin{aligned}\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{a}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta} + \bar{\omega}\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} - f\bar{v} - \frac{\tan\vartheta}{a}\bar{u}\bar{v} - \bar{X}\\ = -\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial\lambda}} - \frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial u}{\partial\vartheta}} - \overline{\omega'\frac{\partial u'}{\partial p}} + \frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'v'}\end{aligned} \tag{A.13}$$

が得られる. この式を変形するために, ずれに関する連続の式 (A.11) を用いる. (A.11) に u' を掛け, オイラー平均し, 式変形すると

$$0 = -\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial\lambda}} - \frac{1}{a}\overline{u'\frac{\partial v'}{\partial\vartheta}} + \frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'v'} - \overline{u'\frac{\partial\omega'}{\partial p}} \tag{A.14}$$

が得られる. (A.13) と (A.14) の和をとると

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{u}}{\partial p}-f\bar{v}-\frac{\bar{u}\bar{v}\tan\vartheta}{a}-\bar{X}$$
$$=-\frac{2}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial \lambda}}-\frac{1}{a}\overline{u'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}-\frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial u'}{\partial \vartheta}}+\frac{2\tan\vartheta}{a}\overline{u'v'}-\overline{u'\frac{\partial \omega'}{\partial p}}-\overline{\omega'\frac{\partial u'}{\partial p}} \quad (A.15)$$

となる. ここで

$$-\frac{2}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial \lambda}}=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{\frac{\partial (u')^2}{\partial \lambda}}=0 \quad (A.16)$$
$$-\frac{1}{a}\overline{u'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}-\frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial u'}{\partial \vartheta}}+\frac{2\tan\vartheta}{a}\overline{u'v'}=-\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta) \quad (A.17)$$

なので (A.15) は

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{u}}{\partial p}-f\bar{v}-\frac{\bar{u}\bar{v}\tan\vartheta}{a}-\bar{X}=-\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'}} \quad (A.18)$$

となる.

次に南北流の式 (A.3) に対して導く. (A.2) と同様に (A.3) の各項を東西平均とそこからのずれに分けて書き, 式全体をオイラー平均すると, 以下の式が得られる

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{v}}{\partial p}+f\bar{u}+\frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{u})^2+\frac{1}{a}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \vartheta}+\bar{Y}$$
$$=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial v'}{\partial \lambda}}-\frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}-\overline{\omega'\frac{\partial v'}{\partial p}}-\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'^2}. \quad (A.19)$$

ここで, (A.11) に v' を掛け, オイラー平均し得られる式

$$0=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{v'\frac{\partial u'}{\partial \lambda}}-\frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'^2}-\overline{v'\frac{\partial \omega'}{\partial p}} \quad (A.20)$$

との和をとると

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{v}}{\partial p}+f\bar{u}+\frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{u})^2+\frac{1}{a}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \vartheta}+\bar{Y}$$
$$=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \lambda}\overline{u'v'}-\frac{2}{a}\overline{v'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'^2}-\frac{\partial}{\partial p}\overline{v'\omega'}-\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'^2} \quad (A.21)$$

となる. 右辺第二項と第三項は

$$-\frac{2}{a}\overline{v'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'^2}=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\bar{v'^2}\cos\vartheta) \quad (A.22)$$

とできるので, (A.21) は

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{v}}{\partial p}+f\bar{u}+\frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{u})^2+\frac{1}{a}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \vartheta}+\bar{Y}\\&\qquad=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\overline{v'^2}\cos\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{v'\omega'}-\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'^2}\end{aligned}} \tag{A.23}$$

となる.

最後に熱力学の式 (A.5) のオイラー平均方程式を導出する. 同様に, 物理量を東西平均とそこからのずれに分けて書き, 式全体をオイラー平均して得られる式は以下のようになる.

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}-\bar{Q}^*=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{u'\frac{\partial \theta'}{\partial \lambda}}-\frac{1}{a}\overline{v'\frac{\partial \theta'}{\partial \vartheta}}-\overline{\omega'\frac{\partial \theta'}{\partial p}} \tag{A.24}$$

(A.11) に θ' を掛け, オイラー平均し得られる式

$$0=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\overline{\theta'\frac{\partial u'}{\partial \lambda}}-\frac{1}{a}\overline{\theta'\frac{\partial v'}{\partial \vartheta}}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'\theta'}-\overline{\theta'\frac{\partial \omega'}{\partial p}} \tag{A.25}$$

を (A.24) の両辺に足すと

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}-\bar{Q}^*\\&\qquad=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \lambda}\overline{u'\theta'}-\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\overline{v'\theta'}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'\theta'}-\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega'\theta'}\end{aligned} \tag{A.26}$$

となる. ここで

$$-\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\overline{v'\theta'}+\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'\theta'}=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\overline{v'\theta'}\cos\vartheta) \tag{A.27}$$

なので (A.26) は

$$\boxed{\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}-\bar{Q}^*=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\overline{v'\theta'}\cos\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega'\theta'}} \tag{A.28}$$

となる. 以上のオイラー平均方程式をまとめる

オイラー平均方程式

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}\cos\vartheta)+\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial p}=0 \tag{A.29a}$$

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}-f\bar{v}-\frac{\bar{u}\bar{v}\tan\vartheta}{a}-\bar{X}$$
$$=-\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'} \tag{A.29b}$$

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial\bar{v}}{\partial p}+f\bar{u}+\frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{u})^2+\frac{1}{a}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial\vartheta}+\bar{Y}$$
$$=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{v'^2}\cos\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{v'\omega'}-\frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'^2} \tag{A.29c}$$

$$\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t}+\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta}+\bar{\omega}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p}-\bar{Q}^*=-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{v'\theta'}\cos\vartheta)-\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega'\theta'} \tag{A.29d}$$

6.2 変形オイラー平均方程式

得られた (A.29) を残差循環を用いて変形する. ここでは, 残差循環を

$$\bar{v}^*\equiv\bar{v}-\frac{\partial\psi}{\partial p},\quad \bar{\omega}^*\equiv\bar{\omega}+\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta) \tag{A.30}$$

で定義する. このとき

$$\psi=\overline{v'\theta'}\Big/\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} \tag{A.31}$$

である. 初めに連続の式 (A.29a) を変形する. (A.30) を用いると

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}(\bar{v}^*\cos\vartheta)+\frac{\partial\bar{\omega}^*}{\partial p}+\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left\{\frac{\partial}{\partial p}(\psi\cos\vartheta)\right\}-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial p}\left\{\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\right\}=0 \tag{A.32}$$

となる. 微分の順序を入れ替えると, (A.32) の左辺第三項と第四項は打ち消しあうので, 連続の式は

$$\boxed{\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}^*\cos\vartheta)+\frac{\partial\bar{\omega}^*}{\partial p}=0} \tag{A.33}$$

となる.

次に東西流の式 (A.29b) を変形する. 残差循環 (A.30) を用いると

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\left\{\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta}-f\right\}\bar{v}^*+\bar{\omega}^*\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}-\bar{X}\\
&\quad=-\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)+\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}+f\frac{\partial\psi}{\partial p}-\frac{\partial}{\partial p}\overline{u'\omega'}\\
&\qquad-\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial p}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}+\frac{\tan\vartheta}{a}\bar{u}\frac{\partial\psi}{\partial p}
\end{aligned}
\tag{A.34}
$$

となる. 右辺第五, 六項は

$$
-\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial p}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}+\frac{\tan\vartheta}{a}\bar{u}\frac{\partial\psi}{\partial p}=-\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial p}\left(\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{a}\psi\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)+\frac{\tan\vartheta}{a}\frac{\partial}{\partial p}(\bar{u}\psi)-\frac{\tan\vartheta}{a}\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}
\tag{A.35}
$$

とできるので, (A.34) の右辺は

$$
\begin{aligned}
(\text{右辺})=&\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\left[-\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)+\cos\vartheta\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\right]\\
&+\frac{1}{a}\left[\psi\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)-\tan\vartheta\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}\right]\\
&+\frac{\partial}{\partial p}(f\psi-\overline{u'\omega'})+\frac{1}{a}\left[-\frac{\partial}{\partial p}\left(\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)+\tan\vartheta\frac{\partial}{\partial p}(\bar{u}\psi)\right]
\end{aligned}
\tag{A.36}
$$

となる. ここで (A.36) の第一, 二項は以下のように変形できる.

$$
\begin{aligned}
(\text{第一, 二項})=&\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\left[-\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)+\cos\vartheta\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\right]\\
&+\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\left[\cos^2\vartheta\psi\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)-\sin\vartheta\cos\vartheta\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}\right]\\
=&\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\left[-\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)+\cos^2\vartheta\psi\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)\right]\\
=&\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\left[-\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta)+\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\cos^2\vartheta\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}\right)\right]\\
=&\frac{1}{a\cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left[\cos^2\vartheta\left(\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial p}-\overline{u'v'}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{A.37}
$$

一方で, (A.36) の第三, 四項は以下のように変形できる.

$$
\begin{aligned}
(\text{第三, 四項})=&\frac{\partial}{\partial p}(f\psi-\overline{u'\omega'})+\frac{1}{a}\left[-\frac{\partial}{\partial p}\left(\psi\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}\right)+\tan\vartheta\frac{\partial}{\partial p}(\bar{u}\psi)\right]\\
=&\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial p}\left[fa\psi-\left(\cos\vartheta\frac{\partial\bar{u}}{\partial\vartheta}-\bar{u}\sin\vartheta\right)\frac{\psi}{\cos\vartheta}-a\overline{u'\omega'}\right]\\
=&\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial p}\left[fa\psi-\frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta}\frac{\psi}{\cos\vartheta}-a\overline{u'\omega'}\right]\\
=&\frac{\partial}{\partial p}\left[\left(f-\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta}\right)\psi-\overline{u'\omega'}\right].
\end{aligned}
\tag{A.38}
$$

(A.37), (A.38) より (A.34) の右辺はまとめて書くことができる. EP フラックス $\boldsymbol{F} = (F_\vartheta, F_p)$ を

$$F_\vartheta = \cos\vartheta \left(\psi \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} - \overline{u'v'} \right) \tag{A.39}$$

$$F_p = \cos\vartheta \left[\left(f - \frac{1}{a\cos\vartheta} \frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta} \right) \psi - \overline{u'\omega'} \right] \tag{A.40}$$

と定義すると (A.34) は以下のように表せる

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{1}{a\cos\vartheta} \frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta} - f \right) \bar{v}^* + \bar{\omega}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = \frac{1}{\cos\vartheta} \nabla\cdot\boldsymbol{F} + \bar{X}.} \tag{A.41}$$

ここで

$$\nabla\cdot\boldsymbol{F} = \frac{1}{a\cos\vartheta} \frac{\partial}{\partial\vartheta} (F_\vartheta \cos\vartheta) + \frac{\partial F_p}{\partial p} \tag{A.42}$$

である.

次に南北流の式 (A.29c) の変形を行う. (A.30) で表される残差循環で書き換えると以下のようになる.

$$\begin{aligned} f\bar{u} &+ \frac{\tan\vartheta}{a}(\bar{u})^2 + \frac{1}{a}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial\vartheta} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{v}^* + \frac{\partial\psi}{\partial p} \right) - \frac{1}{a}\left(\bar{v}^* + \frac{\partial\psi}{\partial p} \right) \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\bar{v}^* + \frac{\partial\psi}{\partial p} \right) \\ &\quad - \left[\bar{\omega}^* - \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial(\psi\cos\vartheta)}{\partial\vartheta} \right] \frac{\partial}{\partial p}\left(\bar{v}^* + \frac{\partial\psi}{\partial p} \right) \\ &\quad - \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{v'^2}\cos\vartheta) - \frac{\partial}{\partial p}\overline{v'\omega'} \frac{\tan\vartheta}{a}\overline{u'^2} + \bar{Y}. \end{aligned} \tag{A.43}$$

Andrews et al. (1987) によれば, この式の右辺の項は左辺の項に比べて小さい. よって右辺をまとめて G とかくと

$$\boxed{\bar{u}\left(f + \frac{\bar{u}\tan\vartheta}{a} \right) + \frac{1}{a}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial\vartheta} = G} \tag{A.44}$$

と表される. この式は左辺が傾度風平衡の式を, 右辺はそこからのずれを表している.

最後に熱力学の式 (A.29d) の変形を行う. 残差循環 (A.30) で置き換えた後の式は

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\bar{v}^*}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \bar{\omega}^*\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} - \bar{Q}^* \\ &= -\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial p}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} - \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{v'\theta'}\cos\vartheta) - \frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega'\theta'} \end{aligned} \tag{A.45}$$

と表される. 右辺の各項について変形する. 右辺第一項は

$$-\frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial p}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} = -\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial p}\left(\psi\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta}\right) + \frac{\psi}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p}\right) \tag{A.46}$$

となる. 右辺第二項は

$$\begin{aligned}
\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\psi\cos\vartheta)\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} &= \frac{1}{a\cos\vartheta}\left(\cos\vartheta\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} - \psi\sin\vartheta\right)\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} \\
&= \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\psi\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p}\right) - \frac{\psi}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p}\right) - \frac{\tan\vartheta}{a}\psi\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} \\
&= \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\overline{v'\theta'} - \frac{\tan\vartheta}{a}\overline{v'\theta'} \qquad \left(\psi\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} = \overline{v'\theta'}\text{を用いた.}\right) \\
&= \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\overline{v'\theta'}\cos\vartheta) \qquad (\text{A.47})
\end{aligned}$$

となる. これらを代入すると (A.45) は

$$\boxed{\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\bar{v}^*}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \bar{\omega}^*\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\psi}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \overline{\omega'\theta'}\right) + \bar{Q}^*} \tag{A.48}$$

となる. 以上の結果をまとめる

変形オイラー平均方程式

$$\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\bar{v}^*\cos\vartheta) + \frac{\partial\bar{\omega}^*}{\partial p} = 0 \tag{A.49a}$$

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial(\bar{u}\cos\vartheta)}{\partial\vartheta} - f\right)\bar{v}^* + \bar{\omega}^*\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} = \frac{1}{\cos\vartheta}\nabla\cdot\boldsymbol{F} + \bar{X}. \tag{A.49b}$$

$$\bar{u}\left(f + \frac{\bar{u}\tan\vartheta}{a}\right) + \frac{1}{a}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial\vartheta} = G \tag{A.49c}$$

$$\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\bar{v}^*}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \bar{\omega}^*\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\psi}{a}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial\vartheta} + \overline{\omega'\theta'}\right) + \bar{Q}^* \tag{A.49d}$$

付録B Lewis et al. (2020) の訳文

概要

大気は, 大気の持つ全角運動量が惑星の剛体表面と共回転の状態に伴う大気の全角運動量を越せば全球的にスーパーローテーションをしていると表現してもよい. 本論文では, 地球型惑星の大気の全球的なスーパーローテーションの惑星自転角速度への依存性について議論する. この依存性は太陽系の大気に対しての全球的なスーパーローテーションの見積もりと比較した理想化した大気大循環モデル実験を時間に依存しない軸対称の強制が加わる時の全球的なスーパーローテーションの解析を通じて明らかにされる. 軸対称と三次元で実験が行われた. 我々は三次元の実験で得られた全球的スーパーローテーションの値は詳細にはいくつかの違いはあるが軸対称の実験で得られたものと密接に関連していることを発見した. 軸対称大気に対する全球的スーパーローテーションのスケーリング理論は Held-Hou モデルから導出された. 高自転角速度においては, 我々の数値実験は全球的スーパーローテーションが地衡流スケールとなるレジームを示した, また地球と火星はこのレジームを占めることを示唆する. 低自転角速度においては, 我々の実験は角運動量保存則によって決定されるレジームを占める, そこでは全球的スーパーローテーションは自転角速度に対して独立である. 我々の実験から得られた全球的なスーパーローテーションの値は金星やタイタンの大気に対して得られたものよりかなり低い値で飽和する, そこでは代わりに全球的スーパーローテーションが旋衡風スケールとなるレジームを占める. この旋衡風となるレジームは我々の理想化した数値実験の場合ではないが, 渦が誘起する上方勾配への角運動量輸送が十分に大きい時のみ得られる. ゆっくりと自転している惑星における初期の規則は強くない全球的また局所的なスーパーローテーションによって特徴づけられる角運動量保存規則であることを示唆する.

1 導入

スーパーローテーションは大気の自転軸まわりの角運動量が何らかの方法で惑星表面の軸角運動量を上回っている大気力学現象である. 惑星大気におけるスーパーローテーションの大きさは二つの ’スーパーローテーション指数’ (Read, 1986a,b; Read and Lebonnois, 2018) を通じて定量化されてもよく,

$$S \equiv \frac{\int \rho m dV}{\int \rho \Omega a^2 \cos^2 \vartheta dV} - 1, \tag{1}$$

また

$$s \equiv \frac{m}{\Omega a^2} - 1, \tag{2}$$

特定の角運動量の軸方向成分について以下のように定義した

$$m = a\,\cos\vartheta(\Omega a\,\cos\vartheta + u). \tag{3}$$

$dV = a^2 \cos\vartheta d\lambda d\vartheta dz$ は体積要素であり,ϑ,λ,z はそれぞれ緯度, 経度, 幾何学的高度座標である. u は東西風速度, ρ は密度である. a は惑星半径, Ω は惑星自転角速度である.

この論文を通して, S は**全球的スーパーローテーション指数**として, また s は**局所的スーパーローテーション指数**として参照されるだろう. S と s は惑星の固体表面と共回転の状態にある大気に対して $S = 0$ また $s \leq 0$ となるように定義されている. S と s が性質的に異なるものであるということに注意することは重要である, つまり S は単純に s に質量を掛けて大気の体積にわたって積分したものではないということである. S と s の関係は付録 A でさらに議論される.

S は m に質量を掛けて全球にわたって積分したものに対して惑星の剛体表面と共回転状態にある場合 (どこでも $u = 0$ である) と比較したものを評価している. もし $S > 0$ であれば, 大気は惑星表面と共回転しているときよりもより多くの東西角運動量をもっている, また ’全球的’ スーパーローテーションと呼ばれる. $S > 0$ である必要条件は単純に $u \times a\cos\vartheta$ (つまり, 相対的, または ’風の’ m への寄与) に質量を掛けて積分したものが正であるということである.

s は与えられた場所における m と初期に静止している空気塊が角運動量を保存しながら赤道からその場所へ運ばれたときに持つであろう値と比較したものである. $s > 0$ であることは ’局所的’ スーパーローテーションであることを示し, 赤道においては $u > 0$ の時に果たされる. 赤道以外の位置における角運動量の極大は典型的に慣性不安定であるだろう (Rayleigh, 1917; Dunkerton, 1981), したがって**あらゆる**場所における局所的スーパーローテーションの存在は赤道においてスーパーローテーションがあることを暗示する傾向にある.

この論文の中で, 我々は全球的スーパーローテーションに焦点を合わせる予定で

ある. 我々の目標は全球的スーパーローテーションの惑星自転角速度への依存性を調べることである. 我々はこの依存性を理想化した地球に似た大気大循環モデル (GCM) を Held and Suarez (1994) と同様の設定をすることで探ることになるだろう.

論文の残りは次のように構成されている. 第二章では m , また延長として軸対称大気の場合に対する s と S にかかるいくつかの制約を述べる. 第三章では太陽系大気のスーパーローテーションの結果, および数値実験を用いて実施された以前のスーパーローテーションの調査についてまとめる. この題材を動機として, 続けて我々の調査をまとめる. 我々のモデル構成と実験設計は第四章で示される. 我々の数値シミュレーションの結果は第五章と第六章に表示されている. 三次元と軸対称の両方の実験から得られた結果が示されるだろう. 第七章では軸対称実験から得られた全球的スーパーローテーションの値から三次元の実験で得られる値へと変更を加える役割がある非軸対称擾乱について探る. 第八章では Held and Hou の軸対称モデルに訴えかけることで得られた軸対称の場合における S に対するスケーリング理論を示す. 第九章では我々の両方の数値結果の環境で太陽系の地上大気に対する S の見積もりと, S に対する理論的予測を見積もる. 第十章では我々の発見をまとめる.

2 スーパーローテーションの強さにかかる制約

2.1 ハイドの定理

圧力座標系において東西平均した東西流の運動量方程式は以下のように書くことができる (Vallis, 2017, Chapter 14)

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{1}{a \cos\vartheta} \frac{\partial \bar{u} \cos\vartheta}{\partial \vartheta} - f \right) \bar{v} + \bar{\omega}\frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = -\frac{1}{a \cos^2\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\overline{u'v'}\cos^2\vartheta\right) - \frac{\partial \overline{u'\omega'}}{\partial p}(+\nu), \tag{4}$$

ここで u と v はそれぞれ東西流, 南北流の速度で, また $\omega = Dp/Dt$ は圧力鉛直速度である. $f = 2\Omega \sin\vartheta$ はコリオリパラメータであり, 括弧の中の ν は考えられる粘性摩擦の影響である. 上付きバーは経度方向に平均 (東西平均) したもの, プライムは東西平均からのずれである：

$$\bar{X} \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X\, d\lambda\,; \quad X' \equiv X - \bar{X}. \tag{5}$$

東西平均した東西運動量方程式 (4) は m に関して書き直されてよく

$$\frac{D\bar{m}}{Dt} = -\frac{1}{\cos\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\overline{m'v'}\cos\vartheta\right) - \frac{\partial \overline{m'v'}}{\partial p}(+\nu). \tag{6}$$

もし大気が軸対称 ($X = \bar{X}$) で, さらに非粘性であれば, (6) は以下のように簡単になる

$$\frac{Dm}{Dt} = 0, \tag{7}$$

すなわち, いかなる空気塊の特定の東西角運動量でも物質的に保存される. 大気中で m が上方勾配輸送となるようにはたらくメカニズムはない, したがって初期にスーパーローテーションするように設定されていない限り, 局所的にスーパーローテーションしないだろう. この結果はハイド (1969) によって初めて示された, また, しばしばハイドの定理として参照される [例えば Vallis (2017); Read and Lebonnois (2018) において].

軸対称ではあるが, 粘性のある大気 (つまり $\nu \neq 0$) に一般化すると, Read (1986b) は一様な**角速度**となる終点になるようにはたらく**分子粘性**が角運動量を上方勾配に輸送することができること, また原理上, 局所的スーパーローテーションを生成することができることに言及した. 実際問題として, 気体に対する典型的分子粘性の係数は移流による m の下方勾配輸送と釣り合うにはあまりにも小さすぎる. ここで引き出される一つの結論は非物理的な大きな分子粘性がないときは, m を上方勾配へ輸送するようにはたらく非軸対称擾乱が $s > 0$ となるような領域, つまり, 局所的にスーパーローテーションしている領域 (初期条件で $s > 0$ となる領域はないと仮定している) が存在するためには**必要**であるということである.

2.2 全球的スーパーローテーションに対するハイドの定理の暗示

静止状態から始まる軸対称大気の場合を考えよう. 赤道と極における加熱の差が, ある緯度 ϑ_H まで及ぶ南北循環 (ハドレー循環) を作り, また ϑ_H より極側では南北運動がない ($v = 0$) 熱帯外領域があると仮定する. 地表面付近では, 摩擦は重要で地表の風を惑星の表面と共回転の状態になるように引き戻すようにはたらく, したがって $u \approx 0$ である. 説明された循環は図 1 に描かれている.

循環内では, 表面と平衡にある空気塊は $m = \Omega a^2$ で赤道において上昇する. 一度自由大気に入ると, (7) はよい近似として準じる, m は物質的に保存されハドレー循環領域は $m = \Omega a^2$ の空気で満たされるだろう. 熱帯外領域では, 流れの性質を特定することができない, しかしハイドの定理が $m < \Omega a^2$ であることを要求することに注意せよ ($m = \Omega a^2$ であることは循環が ϑ_H を超えて拡大することを暗示するだろう). 循環内では, $s = 0$ であり, 循環より極の方では $s < 0$ である.

どこでも $s \leq 0$ であるという事実は S が ≤ 0 であることを制約しない. これは図 1 において, 循環が領域全体を満たすように拡大する場合を想像することで簡単

に証明することができるかもしれない. このシナリオでは, 狭い境界層は別としてどこでも $m = \Omega a^2$ ($s = 0$) である. m に対するこの値を S の定義に代入すると $S < 1/2$ となる [静水圧平衡が想定されていればこの結果は $s = 0$ を (A6) に代入することで簡単に得られる]. したがって軸対称大気が局所的スーパーローテーションを許さないであろうとしても, 少なくとも原理上はある程度全球的にスーパーローテーションすることができる.

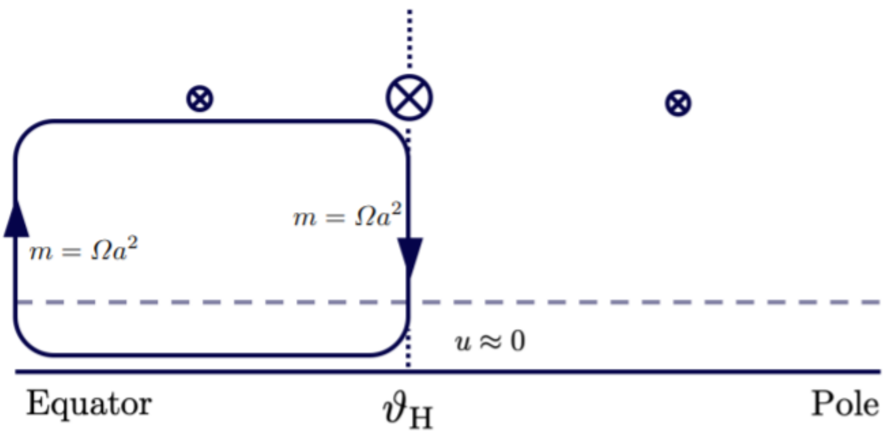


図 1: 軸対称大気における大気循環の概略図. 大気は $u \approx 0$ の静止した境界層と, $u \neq 0$ の自由大気に分けられている. 角運動量が保存する循環はある緯度 ϑ_H まで拡大し, そこを越すと南北循環はない. バツの入った円は高い場所で順行する流れの大きさを示している.

3 太陽系内の惑星や衛星の大気および数値モデルで得られるスーパーローテーション

3.1 太陽系内の惑星や衛星の大気におけるスーパーローテーション

金星とタイタン (土星の最大の衛星) の大気は太陽系内の惑星, 衛星における局所的および全球的スーパーローテーションの両方の明らかな存在を与える. パイオニアヴィーナス [金星; Counselman et al. (1980)], およびホイヘンス [タイタン; Bird et al. (2005)] 降下探査によって両方の大気において**その場で**測定された赤道における $100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ を超過する東西風速度は赤道におけるかなりのスーパーローテーションを暗示する. Read and Lebonnois (2018) は金星とタイタンに対する最大の局所的スーパーローテーション指数はそれぞれ $s_{\mathrm{V}} \sim 65$ また $s_{\mathrm{T}} \sim 15$ であると見積もった. 二つの天体に対する全球的スーパーローテーション指数の見積もりは $S_{\mathrm{V}} \sim 7.7$ および $S_{\mathrm{T}} \sim 2$ である (Read and Lebonnois, 2018). 両方の場合で, 惑星規模の赤道擾乱が局所的スーパーローテーションの加速と関連している (Sanchez-Lavega et al., 2017; Lebonnois et al., 2014), また金星の場合は, 半日周潮が重要な役割を果たすと考えられている (Lebonnois et al., 2010).

金星やタイタンと同様に, 地球と火星の大気もかなり低い度合いであるが, 全球的にスーパーローテーションしている. Read と Lebonnois (2018) は地球と火星に対して全球的スーパーローテーション指数をそれぞれ $S_{\mathrm{E}} \sim 0.0135$ また $S_{\mathrm{M}} \sim 0.04$ であると見積もった. 木星と土星の東西速度の緯度分布 [例えばカッシーニによって計測された; Porco et al. (2003, 2005)], が深さ平均した天気レイヤー東西速度を意味し, 逆行する弱いジェットと互い違いになる順行する強力なジェットを示していると考えれば $S > 0$ であると同様に木星と土星に言及してもよい. 今のところ, しかしながら, 二つの巨大ガス惑星における東西速度の測定は全球的スーパーローテーション指数を定量的に見積もるにはあまりにも乏しすぎる.

局所的スーパーローテーションは木星と土星の大気に存在する, そこでは赤道における偏西風ジェットが局所的スーパーローテーション指数にしてそれぞれ $s_{\mathrm{J}} \sim 0.0075$ および $s_{\mathrm{S}} \sim 0.04$ (Read and Lebonnois, 2018) に対応する風速 $60\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (Flaser, 1986; Porco et al.,2009) および $400\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (Porco et al.,2005; del Genio et al.,2009) 付近で存在する, 同じような東西風速度にも関わらず, 木星と土星における局所的スーパーローテーションは, 金星やタイタンのものよりかなり弱い. 金星とタイタンは木星と土星より小さく, ゆっくりと自転している, このことが s に対する定義の分母の大きさを小さくし, s を大きくする. 一時的な赤道におけるスーパーローテーションは地球と火星の大気に存在する, 火星では重いダストが積載す

る期間の間において, その間では日周潮は増幅する (Lewis and Read, 2003), また地球では成層圏準二年周期振動が西風の時期において存在する.

3.2 大きい外部ロスビー数の数値モデルにおけるスーパーローテーション

現在では, どれほど大気大循環が主要パラメータや過程に影響されやすいかを理解しようと努めた数多くの論文 [詳細は Showman et al. (2010), Read (2011), Read et al. (2018), and Mitchell et al. (2019) のレビュー論文に] がある. この論文から引き出される一つの結果はスーパーローテーションは地球型惑星[*2]大気で一般的に発生する現象であるかもしれないということである.

数値モデルは外部熱ロスビー数

$$\mathcal{R} \equiv \frac{R_\mathrm{d}\Delta T_\mathrm{eq}}{(\Omega a)^2} \tag{8}$$

がスーパーローテーションの強さに対するパラメータを決定するためには重要であることを明らかにした, ここで強いスーパーローテーションは大きい $\mathcal{R}$ と関連している [Read and Lebonnois (2018) で概説されている]. (8) で R_d は乾燥空気に対する比気体定数, また ΔT_eq は赤道と極における平均した放射平衡温度差である. スーパーローテーションの強さの $\mathcal{R}$ への依存性は理想化した三次元 (非軸対称) GCMs, また東西平均されているが角運動量を上方勾配へ輸送することができる渦運動量輸送に対するいくらかの拡散性のパラメータ表現を含むさらに理想化した二次元「準軸対称」モデルを用いることで調べられた.

回転円筒環流の準軸対称モデル研究で, Read (1986a) は高自転角速度 ($S \sim \mathcal{R}$) で S は Ω^{-2} のスケールとなるが, 自転角速度を十分に低くしたとき飽和する (つまり $S = \mathrm{const}$ である) ことを発見した. 高自転角速度レジームでは東西速度が地衡流スケールとなる, 一方で低自転角速度レジームでは, 領域は角運動量を保存している (循環している) 流れ (2.2 節で示されたシナリオと同様である) で満たされる. 水平渦拡散係数が循環による運動量移流の影響を乗り越えるのに十分に大きくないとき, 同様の振る舞いが準軸対称ブシネスク流体において示される (Yamamoto et al., 2009). 水平渦拡散の強さが十分に増加したときは, しかし, $S = \mathrm{const.}$ とい

[*2] 以前は惑星大気を表現するとき,「terrestrial」という用語は明確な (固体または液体) 表面の上にある浅い大気を意味していた, ここでは摩擦が惑星表面と共回転の状態になるように流れを緩和する. ここでの「浅い」は大気の有効的鉛直方向の広がりが水平方向の広がりよりかなり少ないということを示している. 地球, 火星, 金星およびタイタンは地球型惑星大気を有する太陽系内の天体の例である.

うレジームは東西速度が旋衡風スケールとなるレジームで置き換えられる, また $S \sim \sqrt{\mathcal{R}}$ である (Yamamoto et al., 2009; Yamamoto and Yoden, 2013).

$\mathcal{R}$ を大きくしたとき ($\mathcal{R} \gtrsim 1$), 理想化した GCM 実験は地球型惑星大気が赤道において「自発的に」スーパーローテーションしていることが期待されるかもしれないということを示した. このことは惑星半径 (Mitchell and Vallis, 2010; Potter et al., 2014), または自転角速度 (Williams, 2003; Kaspi and Showman, 2015 Laraia and Schneider, 2015) のどちらを重要因子により減らした場合でも成し遂げられた. これらの実験における局所的スーパーローテーションの存在は同様に全球的スーパーローテーションをしていることを暗示する (領域のどこかに強力な逆行する流れがない限り). しかしこれらの研究のいずれも S の Ω または $\mathcal{R}$ へのパラメータ依存性を明確に計算していない.

4 実験設計

我々の目的は Read (1986a), Yamamoto et al. (2009) また Yamamoto and Yoden (2013) の論文に基づいて, 球面上でプリミティブ方程式を解く数値モデルで全球的スーパーローテーションの惑星自転角速度へのパラメータ依存性を研究することにより進展させることである. 軸対称と三次元モデル構成から得られた結果を示す予定である. 我々の主要な目的は Ω についての S に対して考えられるスケールとなるレジームを特定し, 上に載せられている論文で特定されたものと比較することになる予定である.

4.1 数値モデル

我々は `Isca` を使用した, これは複雑さの異なる理想化した大気大循環モデルを構成するための枠組みである (Vallis et al., 2018). `Isca` は GFDL (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory, Princeton) のプリミティブ方程式のスペクトル力学コアの上に組み立てられている. 本論文では, `Isca` はニュートン冷却による強制を受けて静的に安定した軸対称放射対流平衡温度プロファイルになる乾燥した力学コアで構成されている.

力学コア

力学コアはセミインプリシットリープフロッグ法を Robert-Asselin タイムフィ

ルタを用いて, プリミティブ方程式を時間発展させ積分する, 方程式は水平面で擬スペクトル法 (予報場は球面調和関数の三角切断によって表される), また鉛直方向に有限差分法を用いることで球面座標系で解かれる. 数値効率のため, またスペクトル格子におけるベクトル場の定式化を避けるため, プリミティブ方程式はスカラー渦度, 及び発散について解かれる. 鉛直座標は地形追従座標であり $\sigma_l = p_l/p_s$ レベルは $l = 1, 2, ..., 80$ で定義される. レベルは対流圏では均等に対数圧力 $\log\sigma \propto l$ で配置されている, また成層圏では解像度が増加し $(\log\sigma)^{1/k} \propto l\,(k \to 7.5\,\mathrm{as}\,\sigma \to 0)$ となる.

熱強制

ニュートン冷却で使われる緩和温度プロファイルは Wang et al.(2018) で表現されたもので, Held and Suarez (1994) のものと類似していて, 以下のように書ける

$$T^* = T_z^*(\sigma) + T_\vartheta^*(\vartheta), \tag{9}$$

ここで

$$T_z^* = T_z^*|_{\mathrm{tp}} + \sqrt{\left[\frac{L}{2}(z_{\mathrm{tp}} - z)\right]^2 + K^2} + \frac{L}{2}(z_{\mathrm{tp}} - z), \tag{10}$$

また

$$T_\vartheta^* = h(\sigma)\Delta T_h^* \left(\frac{1}{3} - \sin^2\vartheta\right), \tag{11}$$

かつ

$$h = \begin{cases} \sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\sigma - \sigma_{\mathrm{tp}}}{1 - \sigma_{\mathrm{tp}}}\right)\right], & \mathrm{if}\,\sigma \geq \sigma_{\mathrm{tp}}, \\ 0, & \mathrm{otherwise} \end{cases} \tag{12}$$

である. $z_{\mathrm{tp}} = 12\,\mathrm{km}$ は対流圏界面の高さであり (σ_{tp} は σ レベルに対応している), $L = 6.5\,\mathrm{K\,km^{-1}}$ は鉛直方向の温度減率である, また $T_z^*|_{\mathrm{tp}} = T_0 - Lz_{\mathrm{tp}}$ は対流圏界面における温度であり, ここで $T_0 = 288\,\mathrm{K}$ は全球平均した表面温度である. $\Delta T_h^* = 60\,\mathrm{K}$ は表面における赤道と極の温度差である. $K = 2\,\mathrm{K}$ は対流圏界面を境にして連続的な温度の変化を確実にするスムージングパラメータである. 放射緩和時間スケールは境界層 ($\sigma > 0.8$) では 2.5 日, 自由大気では 30 日である.

抵抗と散逸

線形抵抗は境界層では時間スケール 0.6 日で作用していて, 大気上層 ($\sigma < 0.01$ では流れの渦成分のみに適用される) では時間スケール 0.5 日で作用している.

減衰オーダー $n = 4$ の超粘性項は水平運動量と熱力学方程式に適用され以下の

ようになる：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \cdots + \nu \nabla^{2n} \zeta, \quad (13)$$
$$\frac{\partial D}{\partial t} = \cdots + \nu \nabla^{2n} D, \quad (14)$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \cdots + \kappa \nabla^{2n} T, \quad (15)$$

格子スケールでは時間スケール 0.25 日で作用する. ζ, D また T は渦度, 発散, 温度である.

4.2 モデル運用の解説

我々は $8\Omega_{\mathrm{E}}$ から $\Omega_{\mathrm{E}}/256$ までの広範囲の自転角速度で GCM 実験を実施した, ここで $\Omega_{\mathrm{E}} = 7.29 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ は地球の自転角速度である. 他の惑星パラメータは全て地球のようになるように使われていて, $a = 6.4 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$, $g = 9.81\,\mathrm{m\,s}^{-1}$, また全球平均した表面圧力は $p_0 = 1\,\mathrm{bar}$ である.

三次元実験は T127 と T42 の両方のスペクトル解像度 (赤道において, それぞれ, 経度, 緯度, 解像度 1° また 2.8° に対応している) で実施された. T127 実験は $8\,\Omega_{\mathrm{E}}$, $4\,\Omega_{\mathrm{E}}$, $2\,\Omega_{\mathrm{E}}$, Ω_{E}, $\Omega_{\mathrm{E}}/4$, $\Omega_{\mathrm{E}}/16$, そして $\Omega_{\mathrm{E}}/64$ の自転速度で実施された, また T42 実験では $n \in \{0, 1, ..., 8\}$ のときの $\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}/2^{n}$ に対して実施された. 軸対称実験では $n \in \{-2, -1, ..., 7\}$ のときの $\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}/2^{n}$ の自転速度に対して実施された. 軸対称実験はそれぞれの時間ステップでスペクトル力学コアにおいて東西波数 $m = 0$ の係数のみを保つことで構成されている, また T127 三次元実験のものと同じ南北解像度で実施された.

それぞれの実験は平衡になるように実施されている, つまり S はもはや時間とともに発展しないということを意味する. これを果たすために, 三次元実験は $\Omega \geq \Omega_{\mathrm{E}}/4$ のとき 3 年間 (地球), $\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}/8$ のとき 6 年間, $\Omega \leq \Omega_{\mathrm{E}}/16$ のとき 8 年間実施された. 軸対称実験は全て 3 年間実施された.

4.3 データ解析

この論文で解析された 3D モデルデータは日平均フォーマットに出力されている, また軸対称モデルデータは月平均フォーマットに出力されている. `Isca` は σ 座標鉛直格子にデータを出力している. 我々は次いでデータを圧力レベル $p_l = \sigma p_0$ に改変した. 時々 $p_l > p_s(t, \lambda, \vartheta)$ となるが, その場合データは NaN となるように設定されている (変換された格子点が地表面より下にある). 積分や平均の演算を行

うときにこれらの地下の格子点を正しく考慮に入れるために, Boer (1982) によって表現された手法を使用した.

5 東西平均した循環

論文の残りに対してのコンテキストを提供するために, 東西平均した循環のいくつかの様相について議論することにより我々の実験結果の説明を始める.

この節で議論されるそれぞれの実験は T127 解像度で実施された.

5.1 東西風と南北循環

東西平均した東西風 $\bar{u}$, および子午面質量流線関数は

$$\Psi(\vartheta, p) = 2\pi a \cos\vartheta \int_p^0 \bar{v}\, dp/g \tag{16}$$

であり, 図 2 に 3D(上段) と軸対称 (下段) の実験に対して, 広範囲の自転角速度にわたって得られたものが表示されている. $\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}$ の 3D 実験において東西平均した東西風は, ハドレー循環における角運動量保存と関連している亜熱帯ジェットと, 中緯度の傾圧不安定により生成されたロスビー波, この波は運動量を発現域へ収束する (Thompson, 1980), によって加速される「渦駆動」ジェットで構成されている. 自転角速度が $4\Omega_{\mathrm{E}}$ に増加するにつれ, 渦駆動ジェットの数は増え, 傾圧不安定の特徴的長さスケールは減少する (Lee, 2005). $\leq \Omega_{\mathrm{E}}/4$ の自転角速度では, 順行するジェット (スーパーローテーションしている) が赤道で現れる. これは赤道へ運動量を収束する惑星規模の熱帯擾乱と関連している (Mitchell and Vallis, 2010), この擾乱は $\mathcal{R}$ が $\mathcal{O}(1)$ の値へと増加したとき生成される (Wang and Mitchell, 2014).

軸対称理論 (Held and Hou, 1980) は, 適度な (地球と同じくらいの) 高自転角速度ではハドレー循環の南北幅は惑星自転角速度と逆比例のスケールとなるが, 低自転角速度ではハドレー循環が領域を満たしハドレー循環の南北幅は飽和することを予想している (Hou, 1984). それに付随して, Ω が減少するにつれ, 亜熱帯ジェット (ハドレー循環内での角運動量保存から生成される) の最大東西速度は, ジェットが本質的に可能な限り極へ押し出される低自転角速度極限となり Ω とともに減少するまでは, ジェットが極へ移動すると同時に, 初めは増加する (Coyler and Vallis, 2019). これらの結果の両方が我々の軸対称実験の結果から見られるであろう.

非軸対称 (3D) 実験では, 低自転角速度で飽和するまで, Ω が減少するにつれハドレー循環の幅は同様に増加する. これは部分的に, 前段落で説明した軸対称過

程が原因であり, また同様にハドレー循環の南北幅は傾圧不安定により制限される (Lorenz, 1967) からである. ハドレー循環内で角運動量を保存した流れが傾圧不安定になる緯度は Ω の冪乗と逆比例のスケールとなる (Walker and Schneider, 2006).[特に, Vallis(2017, Chapter 14) の二層準地衡流モデルを使うと, ハドレー循環の緯度が (β 平面で小さい角に関する近似をすると) $\Omega^{-1/2}$ のスケールとなることが導出される.]

軸対称実験と同様に, 3D 実験における亜熱帯ジェットの速度は $\Omega = \Omega_{\mathrm{E}}/16$ となり減少するまで増加し続ける. 表示されている全ての自転角速度 ($4\Omega_{\mathrm{E}}$ を除く) において, 3D 実験における亜熱帯ジェットの最大速度は軸対称実験のものより小さい. 低自転角速度では, 運動量を赤道へ収束する赤道擾乱により亜熱帯ジェットは減速される, また高自転角速度では, 渦駆動ジェットを加速するロスビー波が亜熱帯ジェットの極部分を散逸し, そこでの流れを減速する.

我々はこの節で表現された $\bar{u}$ と Ψ の自転角速度依存性は, 今までの論文 [例えば, Kaspi and Showman (2015), Wang et al. (2018), また Coyler and Vallis (2019)] で表現されたものと全体的に一致していることに気づいた.

5.2 局所的スーパーローテーション指数

図 3 は図 2 に示されている実験の設定と同様のものに対する局所的スーパーローテーション指数 s を示している, また Ψ はもう一度参照するために重ねられている.

我々は軸対称実験について簡単に述べることから始める. 赤道表面と平衡な空気で大気を満たすハドレー循環の振る舞い (例えば, 図 1 に描かれているように) はそれぞれのパネルで $s \approx 0$ の白い領域から明らかに可視化されている. この領域は Ω が減少するときハドレー循環が拡大すると同時に南北幅を伸ばしている. 局所的スーパーローテーション ($s > 0$) はどの軸対称実験にも現れておらず, ハイドの定理に従っている.

急速に自転している 3D 実験 ($\Omega \geq \Omega_{\mathrm{E}}$) では局所的スーパーローテーションは同様に現れない. これは非軸対称擾乱は大気中に存在するが (風速場 $\bar{u}$ において渦駆動ジェットが存在していることから明らかである), 角運動量を局所的勾配の下方へ輸送するようはたらくからである. 高自転角速度では, 3D 実験における s は軸対称実験のものととても良く似ている. これは主に渦駆動ジェットからの m への「風の」 ($u \times a\cos\vartheta$) 寄与が, 背景にある惑星の自転からの m への寄与 ($\Omega a^2 \cos^2\vartheta$) に比べて小さいからである.

一度, 自転角速度が $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ に減少すると, 赤道に局所的スーパーローテーションの極大が出現する. これは m の上方勾配輸送を誘起する非軸対称擾乱が今や顕在であることを示している. $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ と $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ における亜熱帯および赤道東西速度は

似ている一方で, 惑星自転に**相対的な**局所的スーパーローテーションの最大値は, $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ のものと比較したときに $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ のものはかなり弱いということに注意することは興味深いことである. $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ の実験における赤道東西風速度は $\Omega_{\mathrm{E}}/64$ の実験におけるものよりかなり大きいように思われるが, しかし局所的スーパーローテーションの最大値は二つの実験で似ている.

局所的スーパーローテーションが現れるそれぞれのシミュレーションで, ハドレー循環の上の領域でのみ s は著しく正である. これはハドレー循環内で, 赤道で上昇する空気が表面の抵抗による影響を大気上空へ伝えようとはたらくからである (つまり, $s=0$ で移流する空気のことである). これがハドレー循環内の赤道近くまたは上部で形成しているどのような東西流れも減速する.

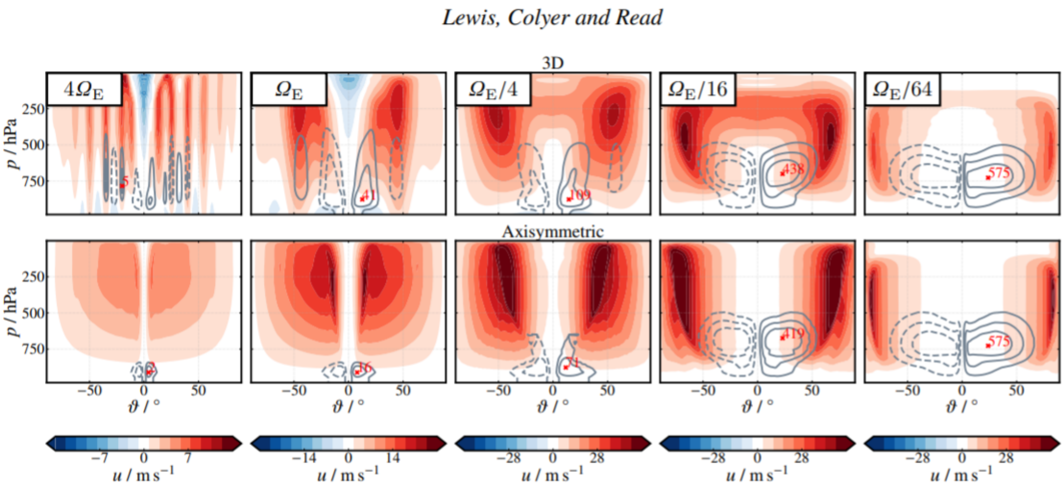


図 2: 東西平均した東西風 u (色が付いている), および南北質量流線関数 Ψ (等値線). 表示されている全ての実験が T127 水平解像度で実施された. それぞれの実験に対する自転速度はそれぞれのパネルの左上の角に示されている. u に対する色の目盛りはパネルごとに変化することに注意せよ. 赤いバツ (と数字) は Ψ が最大となる位置 (及び値) を示している. Ψ の最大値は $\times 10^9\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ の単位をもつ. $4\Omega_{\mathrm{E}}$, Ω_{E}, そして $\Omega_{\mathrm{E}}/4$ の実験に対して, 二つの実線の等値線は最大に対する 75% と 50% の境界である. $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ と $\Omega_{\mathrm{E}}/64$ の実験に対しては, 25% の等値線も示されている. 破線の等値線は実線の等値線に $-1\times$ したものを示している. 等値線のレベルは Ψ の最大値に対する割合なので, それらはパネルごとに変化する.

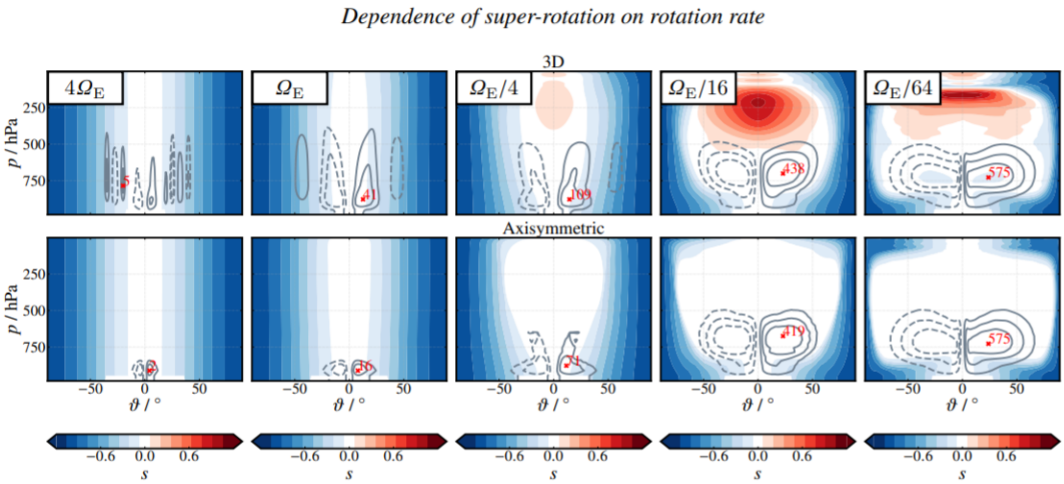


図 3: 局所的スーパーローテーション指数, s. 図 2 にあるように, 赤いラベルと等値線は南北質量流線関数 Ψ を示している (詳細は図 2 の説明を見よ). 表示されている全ての実験は T127 水平解像度で実施された.

6 全球的スーパーローテーションの自転角速度依存性

我々は今から全球的スーパーローテーション指数 S の惑星自転角速度 Ω への依存性に議論を転じる. 図 4 はこの論文で実施されたそれぞれの実験における S vs. $\mathcal{R}$ を示している. 我々の数値実験と, 実際の惑星 (金星, タイタン, 火星, 地球) に対する S の見積もりとの間でより明確な比較をするために, 我々は S を Ω の代わりに $\mathcal{R}$ の関数として表すことに決めている. 異なる自転角速度であることに加えて, 異なる大きさをしている実在する惑星のこれらのパラメータが同様に力学的に重要であることは必然である [Mitchell and Vallis (2010) および Dias Pinto and Mitchell (2014) を見よ]. 我々の数値実験と, 実在する惑星に対して $\mathcal{R}$ を見積もるために使用した値は表 1 に与えられている.

軸対称と 3D 実験は同様の S の $\mathcal{R}$ に対する依存性を表している. 低い $\mathcal{R}$ (高自転角速度) では, Ω が減少するにつれ S は増加する. 軸対称実験における全球的スーパーローテーション (S_{ax}) は Ω^2 と逆比例のスケールとなっているように見える：これは黒い破線 (Ω^{-2}) と紫色の実線 (S_{ax}) を比較することで暗示されるだろう. 高い $\mathcal{R}$ (低自転角速度) では, S_{ax} はおよそ $S \approx 0.3$ – 0.5 の値で飽和するように見える. これらの高, また低自転角速度スケーリング則は Read (1986a) の円筒環流準軸対称モデルや Yamamoto et al. (2009) の球面における準軸対称ブシネスクモデル (角運動量の上方勾配拡散輸送が小さい時) で特定されたものと一致しているように見える.

3D 実験においてとられた S の値 (S_{3D}) は S_{ax} についての擾乱のように思われる. 急速に自転しているレジームでは, S_{3D} は S_{ax} より小さい. その一方で, ゆっくりと自転しているレジームでは, S_{3D} は S_{ax} より大きい. ゆっくりと回転しているレジームで 3D 実験によって得られた, 超過した全球的スーパーローテーションはこれらの実験における局所的スーパーローテーションを示す. これは軸対称循環 (図 3) の上に重ねられたものであると解釈できるだろう.

地球, 火星, 金星, 及びタイタン [Read and Lebonnois (2018) で得られた] に対する S の見積もりは図 4 にオレンジ色の点として示されている. $\mathcal{R}$ が地球 (Ω_{E}) と火星 ($\Omega_{\mathrm{E}}/2$) に最も近い状態での 3D 実験は二つの実際の惑星で得られたものに類似した値を得ている. 低自転角速度では, しかしながら, 金星 (Ω_{E}) とタイタン (Ω_{E}) の特徴的 $\mathcal{R}$ での実験は実際の惑星に対して見積もられた値と同程度の大きさの全球的スーパーローテーションを生成することができない.

図 4 に示されている S の $\mathcal{R}$ への依存性はいくつかの疑問を提起する. 急速に, またゆっくりと自転しているレジームであらわれる S に対するスケーリング則にどのような過程が寄与しているのか？ なぜ高自転角速度では $S_{\mathrm{3D}} < S_{\mathrm{ax}}$, また低自転角速度では $S_{\mathrm{3D}} > S_{\mathrm{ax}}$ なのか？ 最後に, 我々の数値実験でなぜ $\mathcal{R} \gtrsim 1$ で S は飽和するのか, また我々の三次元実験における低自転角速度での挙動は金星やタイタンの大気循環とどのように関連しているのだろうか？ この論文での以降の三つの

節では, 我々はこれらの問題に取り組もうと努める. 七節では 3D 実験における非軸対称擾乱が東西角運動量収支に軸対称の場合のものからどのように変更を加え, S の変更をもたらすのかを調査するつもりである. 八節では Held and Hou (1980) モデルから軸対称の場合における S に対するスケーリング則を導出する. 九節では, 我々の数値実験, 軸対称理論, また角運動量の上方勾配輸送が大きい大気に対する Yamamoto and Yoden (2013) によって提唱された別の理論との関連から太陽系内の惑星に対する全球的スーパーローテーションの見積もりを議論する.

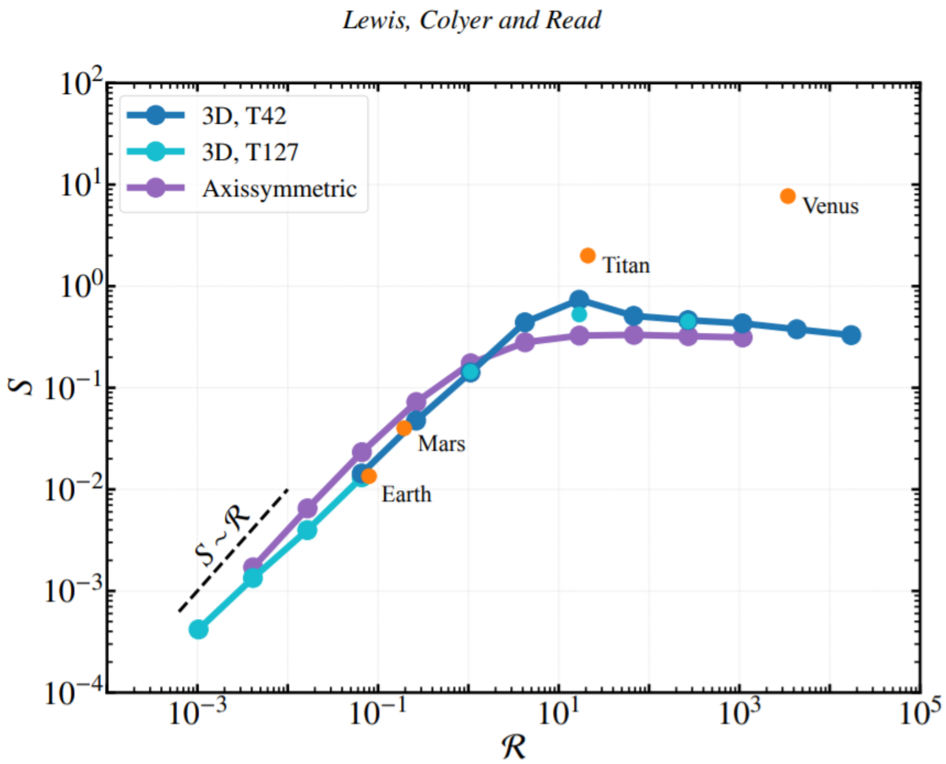


図 4: 全球的スーパーローテーション指数 S vs. 熱ロスビー数 $\mathcal{R}$. 3D 実験は青色で, 軸対称実験は紫色で示されている. T42 で実施された実験は紺青色で, T127 で実施されたものは水色でプロットされている. オレンジ色の点は地球, 火星, タイタン, そして金星に対する S の見積もりを示しており, これらの値は Read and Lebonnois (2018) から持ち越された. 黒い破線は Ω^{-2} のスケーリングを示している.

Planet	a	Ω	ΔT_{eq}	R_{d}	$\mathcal{R}$
Earth	6400	7.29×10^{-5}	60	287	0.07
Mars	3396	7.09×10^{-5}	60	188	0.20
Venus	6051	2.99×10^{-7}	60	188	574
Titan	2575	4.56×10^{-6}	10	290	21
`Isca`	6400	variable	60	287	variable

表 1: 図 4 に対して $\mathcal{R}$ を見積もるために使われたパラメータの値. 単位：a に対して km, Ω に対して s^{-1}, ΔT_{eq} に対して K, R_{d} に対して $\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$ である.

7　全球的スーパーローテーションへの渦の効果

この節では, 我々は 3D と軸対称実験で得られた S の値の違いの原因を理解したいと思う. そのために, ギーラッシュ・ロソウ・ウィリアムズメカニズム [Gierasch (1975) 及び Rossow and Williams (1979) にならって] に訴えかけるだろう. 特に, ゆっくりと自転しているレジームで, なぜ $S_{\mathrm{3D}} > S_{\mathrm{ax}}$ なのかを理解したいと思う. この節の定量的解析で T127 の $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験を利用するだろう. $S_{\mathrm{ax}} > S_{\mathrm{3D}}$ となる急速に自転しているレジームについての解説は節の終わりでなされるだろう.

7.1 モデルスピンアップフェーズの解説

この論文で研究された数値実験のそれぞれが静止状態から始まる, つまりどこでも $u = 0$ で, $S = 0$ に対応している. 平衡状態において, それぞれの実験から得られた S の値はスピンアップの間に大気に注ぎ込まれた全東西角運動量の指標である.

図 5 は $\varOmega_{\mathrm{E}}/16$ の 3D と軸対称実験における, 最初の 360 日に対する時間の関数としての S を示している. モデルを走らせた時間の最初の 150 日に対して, 3D と軸対称の場合における S は本質的に同じである. この期間では, 3D 実験は「軸対称フェーズ」を経験する. この期間では 3D と軸対称実験における東西平均した循環は区別できない. このことは $\varOmega_{\mathrm{E}}/16$ の 2D と 3D 実験に対する 0-90 日, および 270-360 日の間で平均された u と Ψ を示す図 6 に示されている.

軸対称フェーズの後, 角運動量を局所的勾配の上方へ流すようにはたらく非軸対称擾乱が 3D 実験において現れる. これが局所的スーパーローテーションの発生をもたらす (図 6 の days 270-360 を見よ), またそれに応じて S_{3D} と S_{ax} は分岐する. 3D 実験における局所的スーパーローテーション指数の最大値は図 5 に青い破線として示されている.

7.2 ハドレー循環による角運動量の正味の上方輸送

数値実験が開始したとき, 赤道で温められ, そして極域で冷やされることがハドレー循環の形成をもたらす. 初期に静止していた空気は表面分流において赤道へ移動する ; この空気が角運動量を保存するならば, 空気は負の東西速度を得るだろう. $u < 0$ であるこの空気は摩擦抵抗を受ける, この摩擦抵抗は空気を $u = 0$ に戻すようにはたらく. 赤道へ移動する流れは初めは $u < 0$ なので, これは大気への u または m の正の投入に対応する. $m = \varOmega a^2$ (赤道において $u = 0$ の時の m の値) の空気はその結果, 全体の自由大気が $m = \varOmega a^2$ の空気で満たされるまで, 角運動量を保存する子午面循環により上方へ, そして極へ輸送される.

軸対称の場合, 一度, 大気があらゆる場所で $m = \varOmega a^2$ の状態に確立されると, S はもはや増加し得ない. これは自由大気と境界層の間の境界を横切る角運動量の交換がもはやないからである (たとえば境界層を離れ, そして境界層に入る空気は $m = \varOmega a^2$ である).

3D 実験においては, しかしながら, 運動量を赤道へ流す非軸対称擾乱の存在は, ハドレー循環内における角運動量収支を変更することができ, 惑星境界層から角運動量をさらに引き抜くことを可能にする.

波と平均流の相互作用の解析は, 東西平均運動量方程式の変形オイラー平均 (TEM) 定式化を使うことで最も明確に実行される (Andrews and McIntyre, 1976. 1978). この定式化の中では, 東西平均東西角運動量方程式 (6) は以下のように書き換えら

れ

$$\frac{\partial \overline{m}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}}^* \cdot \nabla \overline{m} = \nabla \cdot \boldsymbol{F}, \tag{17}$$

ここで

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} &= \{F'_\vartheta,\, F'_p\} \\ &= \left\{-\overline{m'v'} + \psi\frac{\partial \overline{m}}{\partial p},\, -\overline{m'\omega'} - \frac{\psi}{a}\frac{\partial \overline{m}}{\partial \vartheta}\right\}\end{aligned} \tag{18}$$

はエリアッセン・パームフラックス [EP flux, Eliassen and Palm (1961) の後] であり, ここで

$$\psi = \overline{v'\theta'} \Big/ \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial p} \tag{19}$$

である. また $\overline{\boldsymbol{v}}^* = (0, \overline{v}^*, \overline{\omega}^*)$ は

$$\overline{v}^* \equiv \overline{v} - \frac{\partial \psi}{\partial p}, \quad \overline{\omega}^* \equiv \overline{\omega} + \frac{1}{a\cos\vartheta}\frac{\partial(\psi\cos\vartheta)}{\partial\vartheta}, \tag{20}$$

で定義される残差循環である. 残差循環 $\boldsymbol{v}^*$ はその温度変化への寄与が渦熱フラックス発散により打ち消されない伝統的オイラー平均循環の要素を示している (Holton, 2004, Chapter 10). 残差循環は非断熱加熱により駆動されることでそれに近づく, したがって伝統的オイラー平均子午面循環よりラグランジュ平均子午面質量流れに, より密接に似る (Holton, 2004; Vallis, 2017, ともに 10 章において). EP flux の発散 $\nabla \cdot \boldsymbol{F}$ は波が誘起した東西平均した東西流への全強制を表している.

図 7 は子午面循環の概略図を表している ; 循環おいて上昇する分流における m の上方輸送は E で, 下降する分流における下方輸送は P で象徴されている. 図 8 と図 9 はそれぞれ平均流による全鉛直運動量フラックス[*3]

$$\langle F_p \rangle_\vartheta = g^{-1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \overline{\omega}^* \overline{m} a^2 \cos\vartheta \mathrm{d}\vartheta, \tag{21}$$

および波と関連した全南北運動量フラックス

$$\langle F'_\vartheta \rangle_p = 2\pi a \cos\vartheta \int_{p_\mathrm{s}}^{0} F'_\vartheta \mathrm{d}p/g, \tag{22}$$

のプロットを示している. ω^* は (20) で定義される残差圧力鉛直速度であり, また F'_ϑ は (18) で定義される EP flux の水平成分である. $\langle F_p \rangle_\vartheta$ と $\langle F'_\vartheta \rangle_p$ は $\Omega_\mathrm{E}/16$ 実

[*3] この表現は, 残差循環がゼロ発散であるという事実を用いることで TEM 東西角運動量収支 (17) が,

$$\frac{\partial \overline{m}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\boldsymbol{v}}^* \overline{m}) = \nabla \cdot \boldsymbol{F}$$

と書かれるであろうことに注意することで得られるだろう. 自由大気における東西平均流の加速は残差循環 $(\overline{\boldsymbol{v}}^* \overline{m})$ による $\overline{m}$ のフラックスと波の誘起力 $(\boldsymbol{F})$ が原因のフラックスの収束, 発散の間のつり合いが原因である.

験のスピンアップフェーズにおける様々な期間にわたって平均されて示されている. 実線は 3D 実験から得られたデータを, また破線は軸対称実験から得られたデータを示している. 青い線は $\mathrm{d}\overline{m}/\mathrm{d}t$ を示している.

軸対称フェーズの間, 3D 実験において水平渦角運動量フラックスは小さい (図 9, days 0-180), また 3D と軸対称実験における, 子午面循環が原因の m の鉛直フラックスは実質的に同一である (図 8, days 0-180); したがって, 二つの実験の自由大気における $\mathrm{d}\overline{m}/\mathrm{d}t$ はこの期間でとても似ている. 軸対称スピンアップフェーズの終わりには $\mathsf{E} = \mathsf{P}$, またハドレー循環による m の正味の鉛直輸送はない. これは 180 日以降の軸対称実験の自由大気において $\langle F_p \rangle_\vartheta$ (オレンジ色の破線) が消えていることを示す図 8 において明らかである.

非軸対称擾乱が m を赤道へ流すとき, 図 7 におけるハドレー循環による m の下方輸送 P は減少するだろう, しかし E は元の値のままであるだろう (上昇する空気は依然として赤道表面と平衡である). $\mathsf{P} < \mathsf{E}$ である限り, ハドレー循環による m の正味の鉛直輸送は上方であるだろう, したがって, 3D 実験における S が, 軸対称実験で得られたものを超えて増加することを可能にする. 3D 実験において, 波が誘起した強制が原因の m の赤道方向フラックスは 180-360 日にわたる期間の間, 大きくなる. したがって残差平均循環が原因の m の鉛直フラックスはこの期間の間 3D 実験において実質的なままであり, m の鉛直フラックスが消える軸対称実験 (図 8) とは対照的である. ある時点で, 極方向分流における赤道を離れている空気は, いくらかの角運動量が水平渦輸送を介して赤道へ戻された後, 十分に大きな m をもち, P と E は再び釣り合うだろう. 平均流による上方輸送と釣り合う, 下方の鉛直渦角運動量輸送が確立されるならば, システムは平衡でもあるだろう. 平衡なシステムでは $S_{\mathrm{3D}} > S_{\mathrm{ax}}$ である.

惑星表面から角運動量を引き抜き, そしてそれを大気に預けるこのメカニズムは Gierasch (1975) により初めて提案され, また証明された. またしばしばギーラッシュ・ロソウ・ウィリアムズメカニズムとして参照される. Gierasch は, 上方勾配に渦角運動量輸送を実質的に引き起こすかもしれない非軸対称擾乱の性質を考慮していなかったが, 代わりに渦角運動量輸送を角速度の強力な水平拡散でパラメータ化した. Rossow and Williams (1979) は後に, 傾圧不安定により生成される赤道波が引き起こす赤道方向への運動量輸送が上方勾配輸送の現実的な根拠を与えることができるということを提案した. 近年では, 低自転角速度において, 惑星規模の順圧, 非地衡流不安定が, 上方勾配への角運動量輸送を引き起こす赤道波を生成することが証明された (Wang and Mitchell, 2014; Zurita-Gotor and Held, 2018).

7.3 急速に自転している場合の実験に対する反対の議論

前の小節では低自転角速度における実験に対して, どのようにして S_{3D} が S_{ax} より大きくなるのかを示した. 我々は, 軸対称スピンアップフェーズの後の上方勾配への渦角運動量輸送の確立は, 流れが平衡になる前に, ハドレー循環が角運動量のさらなる正味の上方への鉛直輸送を成し遂げることを可能にするということを提案した.

原理上, **反対に**ゆっくりと自転している場合の実験に対してなぜ $S_{\mathrm{ax}} > S_{\mathrm{3D}}$ なのか (図 4) を説明するために同じ議論が適用される. 急速に自転している場合の三次元実験において, 亜熱帯域における東西流は, 中緯度における加速を代償として, ロスビー波の散逸により減速される. これはハドレー循環領域内における角運動量の下方勾配への波の誘起フラックスを構成する (角運動量は極方向へ流される).

図 7 に戻ると, これは下方へのフラックス P を上方へのフラックス E より大きくするだろう, よってこのフェーズの間の子午面循環の正味の効果は自由大気から東西角運動量を取り除くことであるだろう. 結果として, S_{3D} は S_{ax} より少なくなるだろう. このシナリオでは, 循環領域内において, 正味の上方への鉛直渦運動量輸送が平均流による正味の下方輸送と釣り合うとき, 流れは平衡である.

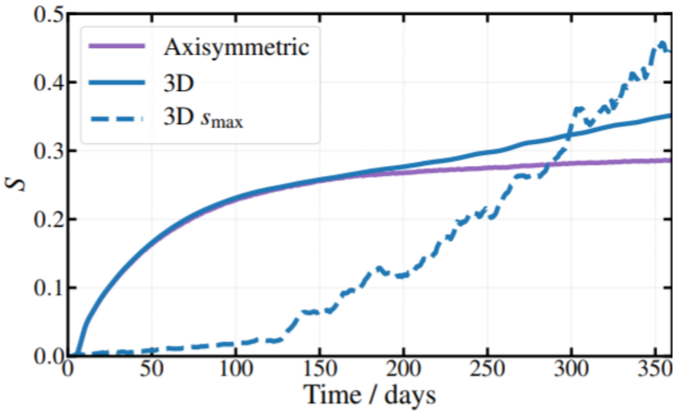


図 5: $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験の初めの 360 日に対する S vs. t. 青い曲線は 3D 実験を, 紫色の曲線は軸対称実験を示している. s の最大値は 3D 実験に対して破線として示されている.

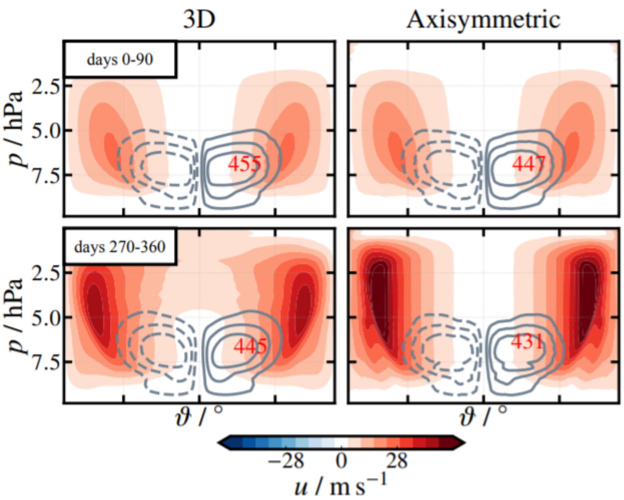


図 6: スピンアップの間での 3D と軸対称 $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験に対する u と Ψ が示されている. 上段は 0-90 日にわたって, 下段は 270-360 にわたって平均されている. Ψ に対する等値線の意味は図 2 と同様である. 示されているデータは T127 水平解像度で運用された実験から得られたものである.

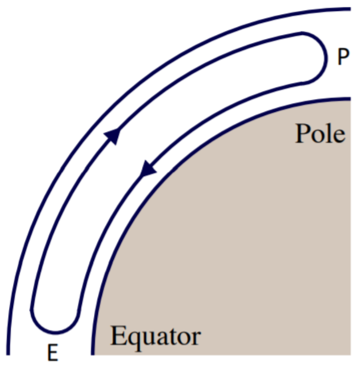


図 7: 子午面循環の概略図, Gierasch (1975) の後. もし m が上方フラックスであれば, E は下方フラックス P より大きく, 循環は m の正味の上方鉛直フラックスを生成する.

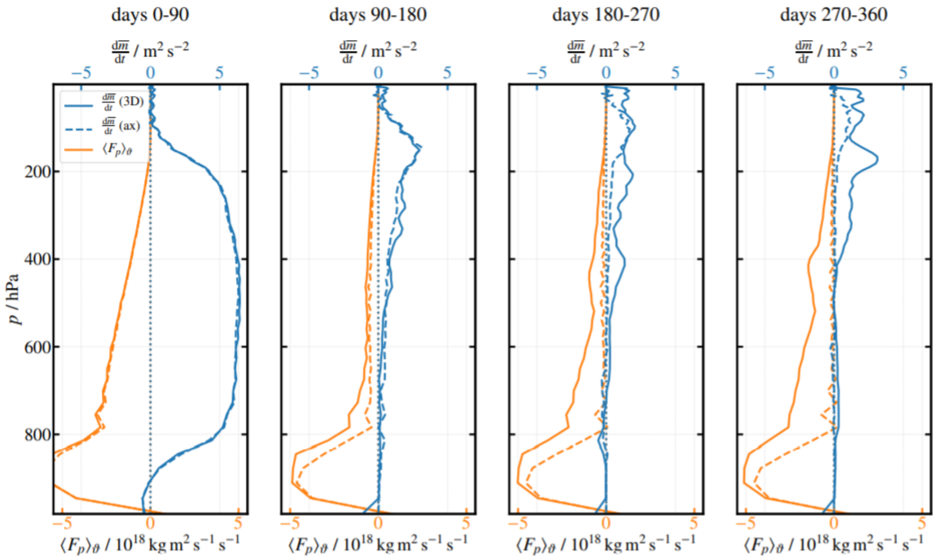


図 8: $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験に対する, 南北方向に平均された東西平均東西角運動量の傾き $\mathrm{d}\overline{m}/\mathrm{d}t$ (青色) と残差循環 $\langle F_p\rangle_\vartheta = g^{-1}\int \overline{\varpi}^{*}\overline{m}a^2\cos\vartheta\mathrm{d}\vartheta$ による全鉛直運動量フラックス (オレンジ色). 実線は 3D 実験に対して, 破線は軸対称実験に対して得られたものである.

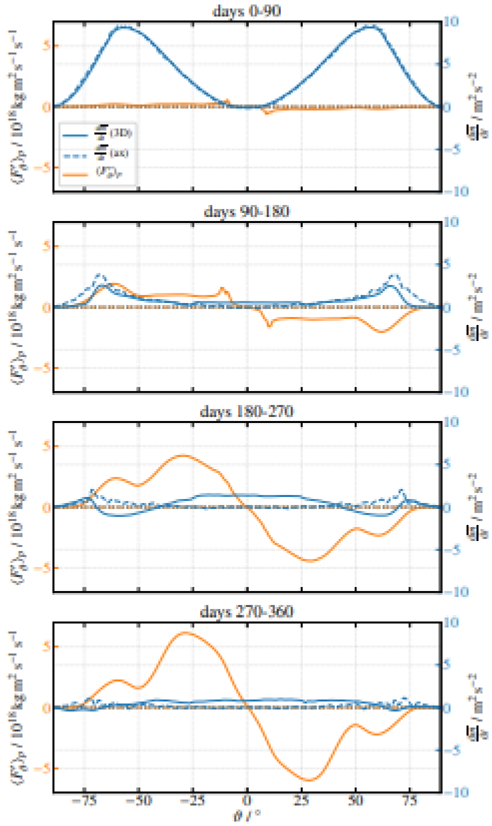


図 9: $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験に対する, 鉛直方向に平均された $\mathrm{d}\overline{m}/\mathrm{d}t$ (青色), と波の誘起力 $\langle F'_\vartheta\rangle_p = 2\pi a\cos\vartheta\int F'_\vartheta \mathrm{d}p/g$ が原因の全南北運動量フラックス (オレンジ色). 実線は 3D 実験に対して, 破線は軸対称実験に対して得られたものである.

8 軸対称大気における全球的スーパーローテーションに対するスケーリング

この節では, 我々は軸対称, 非粘性大気の場合における S に対するスケール理論を展開するつもりである. 次に, 九節では, その理論を用いて我々の数値実験で示された高, 低自転角速度での S の振る舞いを解釈するつもりである.

8.1 ヘルド・ホウモデル

Held and Hou (1980, ここから先は HH とする) は球座標におけるブシネスク静水圧プリミティブ方程式から導出された, 軸対称非粘性大気の循環に対する解析的モデルを示している. 我々は HH モデルを用いて, 外部熱ロスビー数 $\mathcal{R}$ についての S に対するスケーリング則を導出するつもりである.

HH モデルは本質的に二つの層で構成されている. 下側の層は $u \approx 0$ で, 上側の層 (自由大気) は $u(\vartheta, z) \neq 0$ である. また, 以下のようにモデルの温度場と傾度風平衡にある

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(fu + \frac{u^2 \tan\vartheta}{a}\right) = -\frac{g}{a\theta_0}\frac{\partial\theta}{\partial\vartheta}, \tag{23}$$

ここで g は重力加速度, θ_0 は平均表面温度, また θ は温位である. (23) の左辺に現れるであろう移流項は小さいと考えられ, 省略されている. 大気循環は線形緩和による強制を受けて, 放射対流平衡温位場 $\theta_{\rm eq}$

$$\frac{\theta_{\rm eq}}{\theta_0} = 1 - \frac{2}{3}\Delta_h P_2(\sin\vartheta) + \Delta_v\left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2}\right) \tag{24}$$

に近づく. ここで, $\theta_0\Delta_h$ は赤道と極における表面温度の差で, $P_2(x) = (3x^2-1)/2$ はルジャンドル多項式の二次の項である.

(23) と (24) を鉛直方向に $z = H$ まで積分すると

$$fu + \frac{u^2\tan\vartheta}{a} = -\frac{gH}{a\theta_0}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\vartheta} \tag{25}$$

を生成する. また

$$\overline{\theta}_{\rm eq} = \theta_0\left[1 - \frac{2}{3}\Delta_h P_2(\sin\vartheta)\right] \tag{26}$$

である. ここで上線は鉛直平均 $H^{-1}\int_0^H {\rm d}z$ を示し, H は領域の高さである.

自由大気では, 循環は二つの領域に分割される：熱帯 (または, ハドレー循環) 領域と熱帯外領域 (図 1 にあるように) である. 熱帯外領域では, $v = 0$ であり u は

放射対流平衡温度場による傾度風平衡 [つまり (23) において $\theta = \theta_{\mathrm{eq}}$ である] を通じて決定される. また以下のような形式をとる

$$u_{\mathrm{ET}} = \Omega a \cos\vartheta \left(\sqrt{2\mathcal{R}\frac{z}{H} + 1} - 1 \right), \tag{27}$$

ここで $\mathcal{R} \equiv (\Delta_h gH)/(\Omega a)^2$ はブシネスク方程式に対する (8) の類似物である [Colyer and Vallis (2019) の付録 A にある, ブシネスクと非ブシネスクにおける $\mathcal{R}$ の間にある対応関係に関する議論を見よ].

ハドレー循環領域内では, u は特定の軸まわりの角運動量 m の保存により決定される. 空気は $u = 0$ で赤道において上昇すると推定され, また u は

$$u_{\mathrm{HC}} = \frac{\Omega a \sin^2\vartheta}{\cos\vartheta} \tag{28}$$

のように ϑ に依存している. ハドレー循環領域内において, 鉛直方向に平均された温位場は u_{HC} と傾度風平衡にあると決定される [つまり (25) において $u = u_{\mathrm{HC}}$ とすると]:

$$\frac{\overline{\theta}(0) - \overline{\theta}}{\theta_0} = \frac{u_{\mathrm{HC}}^2}{2gH}. \tag{29}$$

HH は次いで

$$\overline{\theta}(\vartheta_{\mathrm{H}}^+) = \overline{\theta}(\vartheta_{\mathrm{H}}^-) \tag{30}$$

と

$$\int_0^{\vartheta_{\mathrm{H}}} \overline{\theta} \cos\vartheta \mathrm{d}\vartheta = \int_0^{\vartheta_{\mathrm{H}}} \overline{\theta}_{\mathrm{eq}} \cos\vartheta \mathrm{d}\vartheta \tag{31}$$

の二つの整合条件を適用することでハドレー循環の境界の緯度について解いた. (30) は温位がハドレー循環の境界を横切って連続であることを要求し, また (31) はハドレー循環がエネルギー的に閉じていることを要求する.

(26) と (29) を (31) に代入すると, (30) と (31) を使うことで, $x_{\mathrm{H}} = \sin\vartheta_{\mathrm{H}}$ とする以下の表現を導出することができる

$$\mathcal{R} = \frac{3}{4}\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{x_{\mathrm{H}}^2} + \frac{x_{\mathrm{H}}^2}{1 - x_{\mathrm{H}}^2} - \frac{1}{2x_{\mathrm{H}}^3}\ln\left(\frac{1 + x_{\mathrm{H}}}{1 - x_{\mathrm{H}}}\right)\right], \tag{32}$$

この式はある $\mathcal{R}$ (外部パラメータで定義される) における ϑ_{H} について数値的に解くことができる.

8.2 S に対する表現

S を $\mathcal{R}$ と関係づけるために, 我々は HH モデルで得られた熱帯と熱帯外領域における東西速度プロファイルを使うつもりである. 我々は以下を仮定する

$$u = \begin{cases} u_{\mathrm{HC}} & \vartheta \in [0, \vartheta_{\mathrm{H}}], \\ u_{\mathrm{E}} & \vartheta \in (\vartheta_{\mathrm{H}}, \pi/2]. \end{cases} \tag{33}$$

u_{HC} は全ての $p/p_s < 0.8$ (つまり自由大気) に対して (28) で, また境界層では $u_{\mathrm{HC}} = 0$ で与えられる. 自由大気で u_{HC} は z によらないと仮定することで, ハドレー循環内で $\partial\theta/\partial\vartheta \to 0$ となることを仮定している. u_{ET} は大気の深さを通じて (27) により与えられる.

S の定義は以下のように書き換えることができる

$$S = \frac{\int \rho a \cos\vartheta u \mathrm{d}V}{\int \rho \Omega a^2 \cos^2\vartheta \mathrm{d}V}, \tag{34}$$

(1) における -1 は m への惑星による寄与 ($\Omega a^2 \cos^2\vartheta$) と分子において打ち消しあう. したがって S は

$$S = S_{\mathrm{HC}} + S_{\mathrm{ET}} \tag{35}$$

のようにハドレー循環と熱帯外領域からの寄与に分割することができる. ここで

$$S_{\mathrm{HC}} = \frac{\int_{\frac{4}{5}p_s}^{0} \int_0^{\vartheta_{\mathrm{HC}}} u_{\mathrm{HC}} \cos^2\vartheta \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}p/g}{\int_0^{\mathrm{H}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Omega a \cos^3\vartheta \mathrm{d}\vartheta \rho_0 \mathrm{d}z}, \tag{36}$$

また

$$S_{\mathrm{ET}} = \frac{\int_0^{H} \int_{\vartheta_{\mathrm{HC}}}^{\frac{\pi}{2}} u_{\mathrm{HC}} \cos^2\vartheta \mathrm{d}\vartheta \rho_0 \mathrm{d}z}{\int_0^{H} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Omega a \cos^3\vartheta \mathrm{d}\vartheta \rho_0 \mathrm{d}z} \tag{37}$$

である. ブシネスク系の枠組みでは, $\rho = \rho_0$ は定数の参照場の密度であり, 我々は (36) を圧力にわたる積分として書くために静水圧平衡 $\mathrm{d}p = -g\rho_0 \mathrm{d}z$ を使っている. それぞれの表現における積分 $\int \mathrm{d}\lambda$ は分子と分母の間で軸対称のため打ち消しあい, また省略されている. (36) と (37) は (28) と (27) を用いて

$$\begin{aligned} S &= S_{\mathrm{HC}} + S_{\mathrm{ET}} \\ &= \frac{2}{5}\sin^3\vartheta_{\mathrm{H}} + \\ &\frac{1}{12}\left[\frac{(2\mathcal{R}+1)^{\frac{3}{2}} - 1}{2\mathcal{R}} - \frac{3}{2}\right](8 - 9\sin\vartheta_{\mathrm{H}} - \sin 3\vartheta_{\mathrm{H}}) \end{aligned} \tag{38}$$

を得ることで解析的に評価することができる. ϑ_{H} は $\mathcal{R}$ のみに依存する [(32) を解くことで得られる] ので, S は $\mathcal{R}$ のみで決められる.

8.3 理論的 S とシミュレーション結果の比較

(38) から予測される S が $\mathcal{R}$ に対して, 図 10 にプロットされている. 軸対称における数値実験に対して計算された S の値も同様に示されている. また高, 低自転角速度極限の両方において, S に対する理論的予測値と数値実験の間にはよい一致がある.

(38) はハドレー循環領域からの S への寄与を指す (S_{HC}) と, 熱帯外領域からの寄与を指す (S_{ET}) の二つの項で構成されている. これらは図 10 にそれぞれ, 破線と点線で示されている. 高自転角速度では, 熱帯外領域による項が S の総量を支配している. なぜなら, このレジームではハドレー循環は小さく, また「熱帯外領域」が本質的に大気全体を構成しているからである. 低自転角速度では, ハドレー循環が領域を覆うように拡大するので, ハドレー循環からの S への寄与が支配する.

熱帯外領域とハドレー循環が支配するレジームの間の転換は (38) における一つ目と二つ目の項が等しい時に起こる. これはハドレー循環の緯度が $\vartheta_{\mathrm{H}} = 22.8^{\circ}$ に対応する, $\mathcal{R} = 0.11$ の時に起こる.

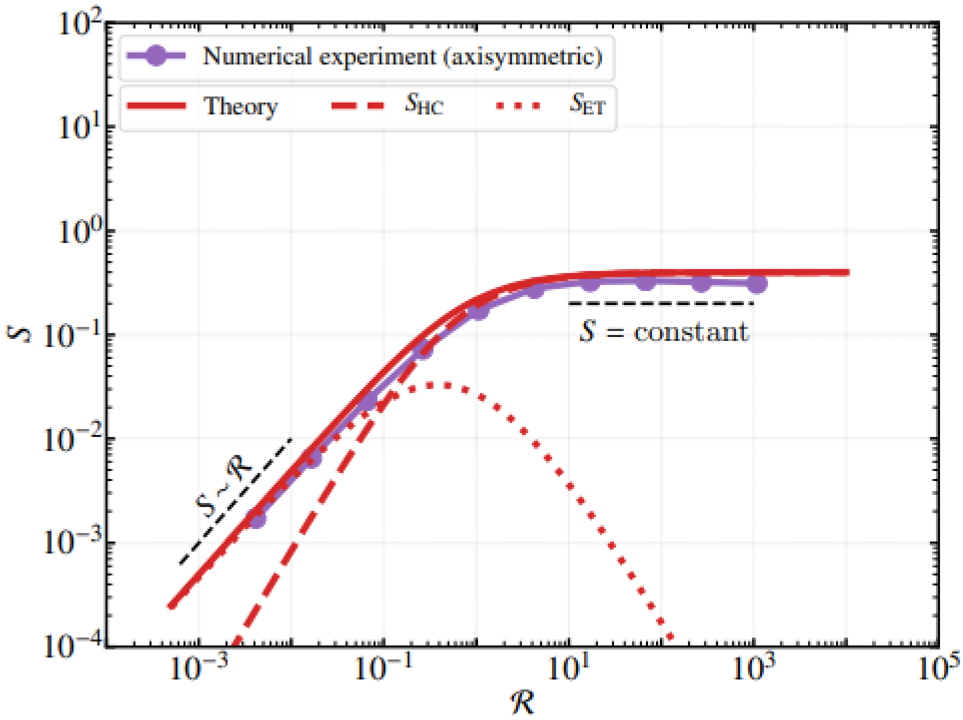


図 10: 軸対称大気の場合における (38) から得られる S に対する理論的予測値 vs. $\mathcal{R}$ (赤色の実線). ハドレー循環と熱帯外領域からの理論的 S への寄与, S_{HC} 及び S_{ET} もまた示されている. 紫色の線は軸対称の数値実験に対する S を示している.

9 全球的スーパーローテーションのレジーム

この節では, 我々は全球的スーパーローテーションに対する異なるスケーリングレジームを議論するつもりである. 図 11 は図 4 と図 10 に示してある情報をまとめたものである. 実際の惑星に対して見積もられた S の値, 我々の軸対称および三次元実験から計算された S の値, また軸対称理論から予測される S の値が示されている. Yamamoto and Yoden (2013, この節の後ほどで議論される) が提案した $\mathcal{R} \gg 1$ のレジームにおける S に対する理論的予測値も同様に示されている.

9.1 地衡流レジーム ($\mathcal{R} \ll 1$)

$\mathcal{R} \ll 1$ および $\mathcal{R} \gg 1$ の極限における軸対称理論の振る舞いを考えることは有益である. $\mathcal{R} \ll 1$ (急速に自転している) の時

$$\frac{(2\mathcal{R}+1)^{\frac{3}{2}}-1}{2\mathcal{R}} = \frac{3}{2} + \frac{3\mathcal{R}}{4} + \cdots \tag{39}$$

である (テイラー展開から) ので

$$\frac{(2\mathcal{R}+1)^{\frac{3}{2}}-1}{2\mathcal{R}} - \frac{3}{2} \approx \frac{3\mathcal{R}}{4} \tag{40}$$

である. さらに $\vartheta_{\mathrm{H}} \to 0$ とする, つまり $\sin\vartheta_{\mathrm{H}}$, $\sin 3\vartheta_{\mathrm{H}}$, また $\sin^3\vartheta_{\mathrm{H}}$ は $\to 0$ となる. したがって

$$S \approx \frac{1}{2}\mathcal{R} \tag{41}$$

を得る. 急速に自転しているレジームでは, S は熱帯外領域により支配される (ハドレー循環が小さいため), また (41) は S が $\mathcal{R}$ と線形のスケールとなることを予測しており, これは自転速度と Ω^{-2} のスケールとなることに対応している.

(38) における $\mathcal{R}$ の依存性は (27) の u_{ET} に対する表現から来ていて, これは本来, 熱帯外領域における放射対流平衡強制プロファイルと傾度風平衡にあることに由来する. これは我々に, 急速に自転しているレジームにおいて $S \propto \Omega^{-2}$ のスケールとなることは簡素に地衡流と温度風平衡により暗示されるものであるということを分からせる. $u \sim U$, $f \sim \Omega$, また $\partial\overline{\theta}/\partial\vartheta \sim \Delta\theta$ と書くと, 傾度風の式 (25) はおおよそ

$$\Omega U \pm \frac{U^2}{a} \sim \frac{gH\Delta\theta}{a\theta_0} \tag{42}$$

となる. $S \sim U/(\Omega a)$ と仮定すると, $\Omega U \gg U^2/a$ となる急速に自転しているレジーム (つまり地衡流平衡) は, $\Delta\theta/\theta_0 \to \Delta_h$ として

$$U \sim \frac{gH\Delta_h}{\Omega a}; \quad S \sim \mathcal{R} \tag{43}$$

となる. したがって, 我々は急速に自転しているレジームを**地衡流レジーム**と言及する.

急速に自転している (小さい $\mathcal{R}$) レジームでは, 3D 実験における非軸対称擾乱は東西角運動量収支に限られた効果しかもたない, また 3D と軸対称実験における S の間の違いは小さい. これは軸対称理論 (38) が軸対称実験だけでなく, 3D 実験に対する S にも密接に見積もられるということを意味する.

Read and Lebonnois (2018) により見積もられた地球と火星に対する S の値, $S_{\mathrm{E}}=0.014$ および $S_{\mathrm{M}}=0.04$ は 3D 数値実験で得られたものに近く, どちらの惑星も軸対称理論のよって特定された地衡流レジームにあるように考えられる. これは火星に対してより地球に対して確かな状況であり, 我々は外部ロスビー数 $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}=0.19$ が, (38) におけるハドレー循環と熱帯外領域による S への寄与の項が同等の大きさになる臨界の $\mathcal{R}=0.11$ よりわずかに大きいことに気づいた.

9.2 角運動量保存レジーム ($\mathcal{R} \gg 1$ の軸対称, またはほぼ軸対称非粘性流れ)

$\mathcal{R} \gg 1$ (ゆっくりと自転している) とき $\vartheta_{\mathrm{H}} \to \pi/2$ なので $\sin\vartheta_{\mathrm{H}}$ と $\sin^3\vartheta_{\mathrm{H}}$ は $\to 1$ となる, 一方で $\sin 3\vartheta_{\mathrm{H}} \to -1$ である. このシナリオでは, 軸対称理論は

$$S \approx \frac{2}{5} = \mathrm{const} \tag{44}$$

に近づく. $\mathcal{R} \gg 1$ の極限はハドレー循環が領域全体を覆ったシナリオである. これは 2.2 節で提案された $S=1/2$ の極限と定性的に同じである, そこでは空気が赤道表面と平衡であり, さらに自由大気における m の保存のため, 大気全体が東西角運動量 $m=\Omega a^2$ をもっている. 4/5 の追加の因子は境界層 ($p/p_s > 0.8$) において $u=0$ と仮定していることに起因している. 改めて $u \sim U$ と書き, このスケーリングを u_{HC} の定義に適用すると

$$U \sim \Omega a; \quad S \sim 1 = \mathrm{const} \tag{45}$$

を得る. S は惑星角運動量に関連した m の指標であり, したがってゆっくりと自転している $\mathcal{R} \gg 1$ レジームでは定数である. 我々は $S=\mathrm{const}$ となるレジームを**角運動量保存レジーム**と言及するつもりである.

$S=\mathrm{const}$ のスケーリングは傾度風の式からも推論することができる. 我々のゆっくりと自転している数値実験において, ハドレー循環による南北熱輸送は, 南北温度定数を $\Delta\theta \to 0$ とするように効果的に取り除く. したがって (42) は

$$\Omega U \sim \frac{U^2}{a}; \quad S \sim 1 \tag{46}$$

を暗示する.

3D 実験において, 非軸対称擾乱の東西角運動量収支への効果は $\mathcal{R}$ を大きくしたときにより明確になる. 波が誘起した m の上方勾配輸送は, 平均子午面循環が軸対称実験で得られたものより多くの角運動量を惑星表面から引き出すことを可能にし, $S_{\mathrm{3D}} > S_{\mathrm{ax}}$ となる. これにも関わらず, 3D 実験は軸対称実験に比較的近いままである, また $\mathcal{R}$ を大きくしたとき S_{3D} と S_{ax} の差は実際, 減少しているように思われる. この極限では 3D 実験は S_{ax} により決まる角運動量レジームに近づく.

$\mathcal{R}$ をとても大きくしたとき S の増加が止まるべきであることは明確ではない ; 我々の 3D 実験で得られたものよりかなり強い全球的スーパーローテーションは, 非軸対称擾乱のある大気では, **可能**であり, これは金星とタイタンの大気から明らかである. 3D 実験に対する順圧渦運動エネルギースペクトル密度の解析 (示されていないが) でスペクトルは $\Omega_{\mathrm{E}}/8$ と $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ の実験に対する全球的波数でピークとなることが明らかになった. 低自転角速度 (大きい $\mathcal{R}$) の場合でさえも, エネルギースペクトルはより平坦になり, 渦運動エネルギーは様々なスケールに均等に分配される. また局所的スーパーローテーションは東西波数が 1 より大きい不安定 (言い換えれば, より短い波長の擾乱) により加速される. 赤道におけるスーパーローテーションの加速に対応する第一の不安定が ($\Omega_{\mathrm{E}}/8$ と $\Omega_{\mathrm{E}}/16$ 実験において) $\mathcal{R}$ が相当増加したとき領域の大きさより大きくなる波長の短波長カットオフをもつということはその場合であるかもしれなく, その後は局所的スーパーローテーションは m の上方勾配輸送を誘起するのにより効果的でない第二の不安定により加速される. この議論は傾圧不安定に対する「イーディー短波長カットオフ」がある臨界の大きさまで大きくなった時の回転円筒環流における軸対称レジームへの変化を説明するためになされたもの (Hide and Mason, 1975) と同様である.

9.3 旋衡風レジーム ($\mathcal{R} \ll 1$ の非軸対称, または粘性流れ)

$\mathcal{R} \gg 1$ のときの三次元数値実験で得られた全球的スーパーローテーションの値は Read and Lebonnois (2018) で計算された金星とタイタンに対する S の見積もりよりかなり低い.

低自転角速度では, 三次元数値実験は我々の軸対称理論から予測される角運動量保存レジームに近くある. このレジームは傾度風平衡の式 (25) が

$$U \gg \frac{gh\Delta\theta}{\Omega a \theta_0} \tag{47}$$

の時のスケール解析と一致している. この不等式は, 低自転角速度で領域を覆うハドレー循環の内で $\Delta\theta \to 0$ とする我々の数値実験において満たされている. もし $gH\Delta\theta/\theta_0 \approx R_{\mathrm{d}}\Delta T$ とするならば, (47) の不等式を金星とタイタンに対して見積もることができる. 金星に対しては, 我々は $U \sim 100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ と仮定した. Ω と a

は表 1 に与えられている値にし, また $\Delta T = 10\,\mathrm{K}$ は実際の (つまり放射対流平衡でない) 赤道と極の温度差として用いられている. したがって, 金星に対しては $R_\mathrm{d}\Delta T/(\Omega a) \sim 1000\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ となる. タイタンに対しても同様に, $U \sim 100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ とすると $R_\mathrm{d}\Delta T/(\Omega a) \sim 200\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ となる. したがって (47) の不等式はどちらの惑星に対しても満たされない.

金星とタイタンは, むしろ全球的スーパーローテーションが旋衡風スケールとなるレジームにあるのかもしれない. もし $\Omega U \ll U^2/a$ と仮定するならば, 傾度風の式のスケール解析は局所的遠心力項が圧力傾度力項と釣り合うということを示唆し, また (42) は

$$U^2 \sim \frac{gH\Delta\theta}{\theta_0}; \quad S \sim \sqrt{\frac{gH\Delta\theta/\theta_0}{(\Omega a)^2}} \approx \sqrt{\mathcal{R}} \tag{48}$$

となる. 最後の $\approx$ は $\Delta\theta/\theta_0 \approx \Delta_h$ と仮定することにより現れる. $S \sim \sqrt{\mathcal{R}}$ は黒い破線として図 11 に描かれている. 旋衡風スケールは大まかに傾きを $\Delta S_\mathrm{TV} = (S_\mathrm{V} - S_\mathrm{T})/(\mathcal{R}_\mathrm{V} - \mathcal{R}_\mathrm{T})$ に近づけると現れる. 明らかに ΔS_TV より急勾配であるが.

金星とタイタンの大気における S は, 軸対称大気において得られる $S = 1/2$ という上限を大きく上回るので, 十分な上方勾配の渦角運動量輸送が金星とタイタンの強力な全球的スーパーローテーションを生成するためには明らかに重要である. 我々の軸対称理論は, それゆえそれらの惑星の大気に対して見積もられた S の正しい大きさを予測することができない; 金星とタイタンに対して正しく S を予測するためには, 上方勾配の渦角運動量輸送のいくらかのパラメータ化が我々のモデルに含まれている必要があるだろう.

Yamamoto and Yoden (2013, ここからは YY とする) は

$$S' \equiv \frac{U}{\Omega a} \tag{49}$$

で定義されるスーパーローテーションの強さ S' の無次元の指標に対する理論的モデルを示した. 付録 B で我々は YY で示された理論的モデルに対する S' が S と $S' = 4S/3$ の関係にあることを示す.

モデルはニュートン緩和による強制を受ける, 球面におけるブシネスクのプリミティブ方程式から導出されている (例えば HH とこの論文と同様に). 角速度の拡散がある中で. 拡散項は分子粘性と同様に定式化されており, 角運動量を上方勾配へ輸送することができる (Read, 1986b). 拡散のパラメータ表示に関連する熱輸送はない. 外部パラメータに関する ıS についての表現を得るために,YY は水平拡散に対する緩和時間は (i) 子午面循環の循環時間, および (ii) 鉛直拡散に対する緩和時間よりずっと短いということを仮定している. 水平拡散は大きいと考えられるので,YY はモデル上部における東西速度が固体惑星の自転, $u \propto \cos\theta$ の形式をとるように設定している. 子午面循環は, 大きい水平粘性が存在するとき, 赤道と極の単一のハドレー循環の形式をとることは示されている (Yanmamoto et al., 2009), このことが YY を領域の上部 (+) と下部 (-) で $v \propto \sin 2\theta$ と設定するように動機づ

けた. (i) と (ii) の仮定は YY 理論が非粘性極限をしていないことを意味する.

前の段落で示された仮定のもと,YY は以下の式で表される $S' = 4S/3$ と外部パラメータ A, B また $\mathcal{R}$ の間の理論的関連性を導出した,

$$\left[S'^2 + 2S' + BS'\left(\frac{2+S'}{1+S'}\right)\right]\left[\frac{AS'}{2}\left(\frac{2+S'}{1+S'}\right)+1\right] = 2\mathcal{R}, \tag{50}$$

ここで $\mathcal{R}$ は我々の軸対称理論のものと同様であり, $A = \pi^2\tau/\tau_{\mathrm{V}}$ は放射緩和時間 τ と鉛直渦運動量拡散 $\tau_{\mathrm{V}} \equiv H^2/\nu_{\mathrm{V}}$ の比に比例しており, $B = 20\pi^2(\mathit{\Omega}^{-1}/\sqrt{\tau_{\mathrm{H}}\tau_{\mathrm{V}}})^2$ は惑星自転周期と水平, 鉛直渦運動量拡散, $\tau_{\mathrm{H}} \equiv a^2/\nu_{\mathrm{H}}$ と τ_{V} の時間スケールの幾何平均, の比の二乗に比例している.

(50) により予測される $S = 3S'/4$ は図 11 に灰色の破線の連続として $\mathcal{R}$ に対してプロットされ描かれている (異なる曲線は異なる A の値に対応している). 我々は (50) から予測される S を $\mathcal{R} > 0.1$ のときのみを示している, なぜなら $\mathcal{R} \ll 1$ のとき, 一般的に上方勾配の渦角運動量輸送を仮定することはもはや適切でないからである (YY の 5.5 節における議論を見よ). パラメータ B は低い $\mathcal{R}$ また 中間の $\mathcal{R}$ (高または中間の自転速度) における S' の振る舞いを決定するときのみ重要であり, $\mathcal{R} \ll 1$ の漸近線には影響しない. もし $B \ll 1$ であれば, 低い $\mathcal{R}$ における S に対する地衡流スケーリングは, 水平運動量方程式における水平拡散と圧力傾度力項の間の「水平拡散バランス」により決定されるスケーリングにより置き換えられる. 図 11 に示されている灰色の YY 曲線に対するすべてに対して, 我々は $B = 0.3$ としている. $B < 1$ の時の曲線は我々の数値実験, 地球, 火星が満たす地衡流レジームにあり, 0.3 という特定の値は $\mathcal{R} = 0.1$ 付近で YY 理論の曲線が我々の軸対称理論と繋がるように選ばれている. 図 11 に示されている A の値は金星とタイタンに対する「正しい」見積もりとなるように選ばれており (YY の 5.5 節を見よ), 様々な値は $\prime S$ の A に対する依存性を証明するためにのみ示されている. 鉛直渦運動量拡散の係数が大ききなるとき, A は大きくなり, 増加する A はスーパーローテーションの強さを弱める.

YY は $1 < \mathcal{R} < 10$ にあるような中間の $\mathcal{R}$ の値に対して, S' が $\sqrt{2\mathcal{R}} \propto \mathit{\Omega}^{-1}$ のスケールとなること, またこのことは (i) (48) と似ている旋衡風スケーリング, ここでは平衡の ΔT は放射対流平衡 ΔT_{eq} に近づく, または (ii) 修正された地衡流スケーリング, ここでは ΔT が ΔT_{eq} に対してかなり減少し, このことが地衡流スケーリングの $\sim \mathcal{R}$ から $\sim \sqrt{\mathcal{R}}$ への変化を引き起こす, のどちらとしても解釈することができることを示した. (i) のレジームは $A \ll 1$ に対応する, 一方で (ii) は $A \gg 1$ に対応する. $\mathcal{R} > 10$ の大きい $\mathcal{R}$ に対して, 三つ目の (iii) S' が $\mathcal{R}^{1/3} \propto \mathit{\Omega}^{-2/3}$ のスケールとなるレジームが存在する. これは修正された旋衡風レジームである. $\mathcal{R}^{1/3}$ のスケーリングは我々の (48) における $\sqrt{R}$ の見積もりとは異なる. なぜなら ΔT は ΔT_{eq} に対してかなり減少し, $\sqrt{gH\Delta\theta/(\theta_0^{1/2}\mathit{\Omega}a)^2} \not\propto \sqrt{\mathcal{R}}$ となるからである.

図 11 を精査することは, スーパーローテーションを加速する第一の不安定が自転速度をより減らすにつれ崩れる前に, $\mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/8$ と $\mathit{\Omega}_{\mathrm{E}}/16$ の 3D 実験が, 修正された地衡

流レジームまたは旋衡風スケールのどちらかに入る可能性を暗示する. タイタンは三つのレジームのどれかに当てはまるだろう; S_{T} と $\mathcal{R}_{\mathrm{T}}$ に対する我々の見積もりの不確実性を認めるが, しかし, 我々はタイタンが (i),(ii) または (iii) のどのレジームになるのかについて特定できない. YY はタイタンに対して $A = 10^1 - 10^2$ と見積もった, このことは, もし $\mathcal{R}$ が $\mathcal{O}(10)$ であればタイタンを地衡流レジームに位置付けるだろう. この見積もりを得るために, しかしながら, 彼らは $E_\nu = \nu_{\mathrm{V}}/(\Omega H^2) = 10^{-3}$ であると「推定した」. これは十分に制約されていない, なぜなら ν_{V} は非軸対称擾乱の影響をパラメータ化しているが, 観測がまばらであるためである. もし我々の $\mathcal{R}_{\mathrm{T}}$ に対する見積もりが過小評価であるならば, タイタンは実際 (iii) のレジームを占めるだろう. 金星の大気循環は (iii) のレジームにあると思われる.

この論文で考慮した $1 < \mathcal{R} < 10$ の領域はパラメータ空間で小さい要素であるので, この原稿のリマインダーのために我々は YY によって特定された $\mathcal{R} \gg 1$ の極限におけるレジームを**旋衡風レジーム**として参照するつもりである.

9.4 ゆっくりと自転している惑星の「初期の」レジーム ?

強力なスーパーローテーションの出現はしばしば低い惑星自転角速度, またはより一般的には, 大きい $\mathcal{R}$ と関連している. これは部分的には金星とタイタンの大気における強力な全球的スーパーローテーションの存在と, さらに, $\mathcal{R}$ を大きくしたとき理想化した「地球のような」数値モデルにおいて局所的スーパーローテーションが発生することが示されているためである [例えば Mitchell and Vallis (2010)]. 我々の数値実験は, しかしながら, 地球のような大気における全球的スーパーローテーションの程度は金星とタイタンの大気におけるものに相当する強さに到達する前に飽和するかもしれないということを示した. このシナリオでは, 大気循環は, 金星とタイタンにより占められる旋衡風レジームとは違い角運動量保存レジームに入った. このことが疑問を引き起こす: どのレジームがゆっくりと自転している惑星に**特有**であるか?

我々の数値実験では, 大気循環は線形緩和による強制を受け, **時間に独立で軸対称の**放射対流平衡温度プロファイルになる. 我々の数値モデルは金星またはタイタンのどちらの大気に対しても現実的にシミュレーションするように構成されておらず, したがってそれらの惑星の大気が旋衡風スケールに入ることを可能にする特有な特徴に欠けているように思われる. 例えば, 金星の場合, 強力な全球的スーパーローテーションは少なくとも部分的には長い太陽日が原因で励起される日周潮また半日周潮, および大気中の UV 波長を吸収する物質の存在により維持されていると思われる (Sanchez-Lavega et al., 2017). タイタンの場合, 強力なスーパーローテーションの原因はより明確でないが, スーパーローテーションが最も強くなるタイタンの成層圏が強く静的に安定している (Fulchignoni et al., 2005; Flaser and

Achterberg, 2009) という事実と関連しているかもしれない (Williams, 2006). これらの特性のどちらも我々の数値実験で表現されていない.

我々のシミュレーション結果から引き出すことができる一つの結論は金星とタイタンのものに相当する強さのスーパーローテーションは地球のような鉛直構造をもち, 日周潮サイクルがない非断熱加熱による強制を受ける大気モデルでは, 単に惑星自転角速度を減らすことのみでは引き起こされ**えない**. 我々はしたがって, ゆっくりと自転している惑星が満たす「デフォルトの」レジームは弱い全球的 (また局所的) スーパーローテーション $S \sim 1$ を示す角運動量保存レジームであることを主張したいと思う.

9.5 潮汐固定惑星

この論文では, 我々は, 恒星に対して恒久的に同じ面を現す潮汐固定惑星の大気については考慮しなかった. 理論的論文と数値モデルは潮汐固定惑星の大気はしばしば軌道配置と関連した定常な加熱の直接的応答として駆動されるスーパーローテーションを特徴づけるかもしれないということを示した [復習のため Pierrehumbert and Hammond (2019) を見よ]. 潮汐固定陸惑星の大気において S がどれほど Ω に依存しているのかを調査することは将来の研究として面白い主題であるだろう. 定常な加熱と関連した上方勾配への角運動量輸送は潮汐固定惑星が低自転角速度で S に対して旋衡風スケーリングに近づくことを可能にするには十分大きいかもしれない. 軸対称強制を伴う大気の S と潮汐固定惑星の大気の S の間の関係は複雑であるかもしれない. 潮汐固定惑星の大気における子午面循環は同様に定常な加熱の応答として異なる形式をとるからである (つまり, もはや軸対称子午面循環として表現することができない).

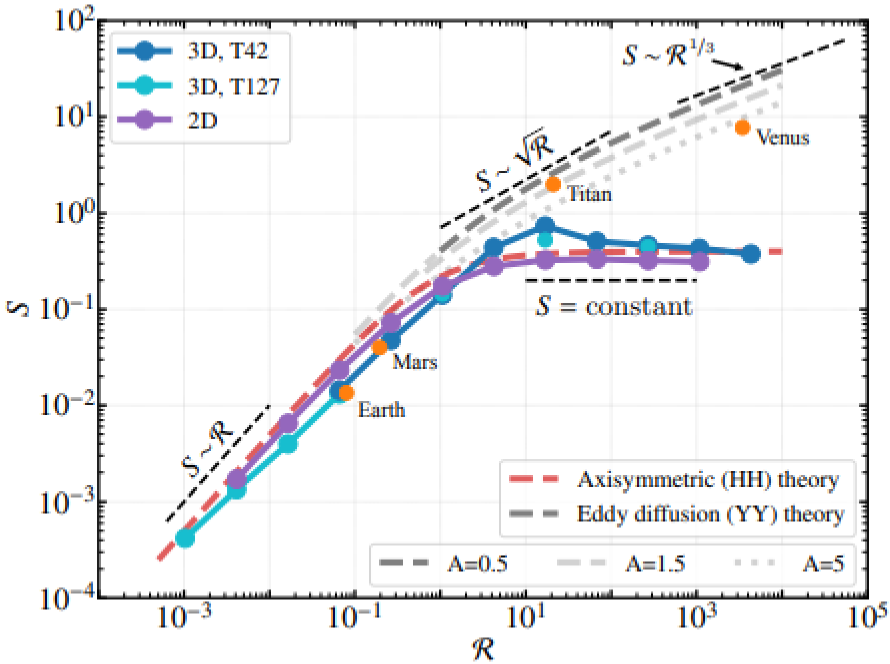


図 11: 数値実験から計算された S vs. $\mathcal{R}$ (実線) と理論的予測 (破線). 3D 実験は青色で, 軸対称実験は紫色で示されている (詳細は図 4 の説明を見よ). オレンジ色の点は Read and Lebonnois (2018) から持ち越された, 地球, 火星, タイタンおよび金星に対する S の見積もりを示している. 赤い破線は軸対称理論 (38) から予測される S を示している. 灰色の破線は Yamamoto and Yoden (2013) の準軸対称理論 (50) により予測される S を示している. ここで A のパラメータの値は図の中に示されている (定義については本文を見よ).

10 まとめ

我々は, 理想化した数値モデルを, 軸対称と三次元の設定の両方で走らせ, 地球型惑星大気の自転角速度への影響の受けやすさを調べた. 我々の研究の目的は, 全球的スーパーローテーションが自転角速度にどのように依存しているのかを明らかにすることである.

我々のそれぞれの実験で, 大気大循環は東西軸対称温度分布に近づける線形緩和による強制を受ける. そして強制は子午面循環を形成する. 軸対称実験において, 子午面循環内における東西角運動量の保存が亜熱帯ジェットの生成を導く. 軸対称で非粘性な大気において, 角運動量を上方勾配へ輸送するメカニズムはないので (Hide, 1969), どの軸対称実験にも局所的スーパーローテーションは現れなかった. 三次元実験において, 渦が誘起する熱と運動量フラックスにより大気大循環は変更される. 急速に自転している場合, この渦フラックスが, ハドレー循環内で角運動量保存と関連した亜熱帯ジェット, の極側である, 中緯度に渦駆動ジェットの生成を導く. ゆっくりと自転している場合, 亜熱帯領域内で渦が誘起する上方勾配への角運動量フラックスが局所的スーパーローテーションの生成を導く.

我々のそれぞれの実験に対して, 大気がもつ軸まわりの全角運動量と, 惑星表面と共回転の状態にある大気が持つ全角運動量の比である全球的スーパーローテーション指数 S を計算した. 高い自転角速度では, 我々の実験は**地衡流レジームを占めた. そこでは $S \sim \mathcal{R} \propto \Omega^{-2}$ である. 低い自転角速度では, 我々の実験は角運動量保存レジームに入った. そこでは $S = \mathrm{const}$ である. これらのレジームの両方が HH モデルから導出される S に対する軸対称理論のモデルにより表現される. また, それぞれのレジームにおける S に対するスケーリングは, 温度風の式に対してスケール解析を行うことで得られる.**

我々は, 三次元実験で得られた S は, 詳細には多少の違いはあるが, 軸対称実験で得られたものと近いままであることに気づいた. 高自転角速度では $S_{3\mathrm{D}} > S_{\mathrm{ax}}$ であり, 低自転角速度では $S_{3\mathrm{D}} > S_{\mathrm{ax}}$ である. 我々は, 低自転角速度において $S_{3\mathrm{D}}$ が S_{ax} より大きいことを示した. なぜなら, スピンアップフェーズの間, 非軸対称擾乱は, 平均子午面循環による角運動量の上方への輸送を可能にするからである. 同様の議論が, 逆になぜ高自転角速度で $S_{3\mathrm{D}} < S_{\mathrm{ax}}$ なのかを説明するために適用することができることを示した.

地球と火星に対する S の見積もりは, 我々の数値実験で得られたものとほとんど一致している. 我々は, 地球の大気は地衡流レジームにあり, 火星の大気は地衡流と角運動量保存レジームの間で変化する位置にあると結論付ける. 金星とタイタンの大気は, 我々の数値実験や, 軸対称理論から予測されるものよりかなり強力な全球的スーパーローテーションを示す. Yamamoto and Yoden (2013, YY) **によって示された S に対する準軸対称理論は, これらの惑星の大気に対するより良い見積もりの値を予測することが可能であることに気づいた. 金星の大気は**

$S \sim \mathcal{R}^{1/3} \propto \mathit{\Omega}^{-2/3}$ となる変更された旋衡風レジームにあり, タイタンの大気は, このレジームもしくは $S \sim \mathcal{R}^{1/2} \propto \mathit{\Omega}^{-1}$ となるレジームのどちらか (変更された地衡流もしくは旋衡風) にあるかもしれない.

YY 理論では, 実質的な角運動量の上方勾配への輸送と関連した強力な渦拡散を要求することで旋衡風レジームは得られる. 我々の理想化した三次元数値モデルにおいて, 単に自転角速度を減らすことでは, 旋衡風レジームに入るために必要な大きさの, 渦の上方勾配への運動量フラックスを誘起するには十分ではない. したがって, ゆっくりと自転している惑星の「初期の」レジームは, 弱い全球的スーパーローテーションで特徴づけられる角運動量保存レジームであることを主張する. 将来の研究として重要な話題は, 低自転角速度において, 大気大循環の角運動量保存レジームと旋衡風レジームの間の変化を引き起こすのにどの惑星パラメータや過程が最も重要であるのかを決定することである.

謝辞

本研究を行うにあたって，樫村先生にはお世話になりました. また, 神戸大学地球流体研究室の皆様には, セミナーの際に, よりよい研究, 発表にするための助言を頂き, 感謝申し上げます.

また, 数値実験, データの解析, 描画に至るまでのツールとして, 地球流体電脳倶楽部が開発したライブラリに大変助けられました.

参考文献

[1] Geoffrey, K. Vallis, 2017: Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-scale Circulation, 2nd edn. Cambridge University Press.

[2] Held and Suarez,1994: AProposal for the Intercomparison of the Dynamical Cores of Atmospheric General Circulation Models, Bulletin of the American Meteorological Society.

[3] Lewis et al, 2020: The dependence of global super-rotation on planetary rotation rate. Department of Physics, Clarendon Laboratory, University of Oxford, UK.

[4] 地球流体電脳倶楽部, 大気大循環モデル DCPAM, URL: https://gfd-dennou.org/arch/dcpam/index.htm.ja

[5] 地球流体電脳倶楽部, GPhys, GGraph チュートリアル, URL: http://ruby.gfd-dennou.org/products/gphys/tutorial2/

[6] 地球流体電脳倶楽部, NumRu::GPhys::EP_Flux 数理ドキュメント URL: http://ruby.gfd-dennou.org/products/gphys/tutorial_ep_flux/math-doc/document.pdf